ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 MARS 1944.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES MAURAIN.



MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau de l'Académie une brochure intitulée *Remise de l'épée d'académicien et de la médaille à son effigie à Monsieur Joseph Bethenod.*

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *L'introduction des constantes de Coulomb et de Newton en Mécanique ondulatoire.* Note de M. **Louis de Broglie** et de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat.**

I. Électromagnétisme. — Les équations maxwelliennes du photon peuvent être introduites par les théories des particules de spin maximum 1 ou de spin maximum 2. Ces équations se rapportent à des grandeurs Φ_μ et $\Phi_{[\mu\nu]}$ qui représentent le potentiel et le champ électromagnétiques $(\vec{A}, V \text{ et } \vec{E}, \vec{H})$ à un facteur constant près, que nous désignerons par K_e. On posera ainsi

$$A_p = K_e \Phi_p, \qquad iV = K_e \Phi_4.$$

La valeur de K_e doit résulter de la constitution même de chaque théorie. Or, en ce qui concerne l'électromagnétisme, la détermination de K_e peut se faire sans nécessiter l'interaction avec la matière. On peut définir en effet, aussi bien pour la particule de spin maximum 1 que pour la particule de spin maximum 2, un tenseur de Maxwell dont la composante M_{44} représente la densité d'énergie. En se bornant à la partie électromagnétique, le calcul de M_{44} conduit au résultat suivant

$$M_{44} = \frac{h^2}{16\pi^2\mu_0} \frac{1}{K_e^2} \left[|E|^2 + |H|^2 + \frac{4\pi^2\mu_0^2 c^2}{h^2} (|A|^2 + |V|^2) \right].$$

Si l'on passe d'une représentation microscopique, qui fait intervenir des grandeurs F complexes, à une représentation macroscopique, qui met en jeu des grandeurs réelles $F_r = F + F^\star$, on devra écrire

$$M_{44} = \frac{h^2}{16\pi^2\mu_0} \frac{1}{K_e^2} \left[\frac{E_r^2 + H_r^2}{2} + \frac{4\pi^2\mu_0^2 c^2}{h^2} \left(\frac{A_r^2 + V_r^2}{2} \right) \right]. \tag{1}$$

Or, en théorie de Maxwell, on définit un tenseur d'énergie qui, en utilisant des unités quelconques, a la forme

$$(2) \qquad (M_{44})_{\text{Maxwell}} = \frac{1}{4\pi C}\,\frac{E^2+H^2}{2};$$

C est le coefficient qui intervient dans l'expression de la loi de Coulomb.

L'emploi des unités électrostatiques ou des unités d'Heaviside conduit à poser $C=1$ ou $C=1/4\pi$. Pour conserver un système d'unités plus général, nous devons identifier (2) et la partie non corpusculaire de (1) sans particulariser C. On posera donc

$$\frac{h^2}{16\pi^2\mu_0}\,\frac{1}{K_e^2} = \frac{1}{4\pi C}.$$

D'où

$$K_e = \frac{h}{4\pi\sqrt{\mu_0}}\sqrt{4\pi C} = K\sqrt{4\pi C},$$

$K = h/4\pi\sqrt{\mu_0}$ étant la valeur de K_e quand on emploie des unités d'Heaviside.

Le développement d'une théorie du photon en présence de matière conduit automatiquement à préciser la valeur de K_e et aussi celle du coefficient d'interaction que nous désignerons par L_e. Pour déterminer ces deux inconnues on dispose en effet des deux équations suivantes :

1° *L'équation de Coulomb.* — Elle résulte du processus microscopique d'interaction entre deux électrons au moyen du photon. On aboutit ainsi à la définition d'éléments de matrice dont la partie classique conduit à un potentiel quasi coulombien

$$V = L_e^2 K_e^2\,\frac{16\pi^2\mu_0}{h^2}\,\frac{e_1 e_2}{4\pi}\,\frac{e^{-k_0|\overrightarrow{r_{12}}|}}{|\overrightarrow{r_{12}}|} \qquad \left(k_0 = \frac{2\pi}{h}\mu_0 c\right).$$

L'identification avec l'expression générale

$$V = C e_1 e_2 \frac{e^{-k_0|\overrightarrow{r_{12}}|}}{|\overrightarrow{r_{12}}|}$$

conduit à poser

$$(I) \qquad L_e^2 K_e^2\,\frac{16\pi^2\mu_0}{h^2} = 4\pi C.$$

2° *Les équations macroscopiques de Maxwell en présence de matière.* — On les obtient en envisageant un processus d'interaction qui met en jeu un électron dont le mouvement correspond à un très grand nombre de quanta. On obtient ainsi

$$\operatorname{div} E_r = L_e K_e^2\,\frac{16\pi^2\mu_0}{h^2}\,\rho_r.$$

Cette expression doit être rapprochée de la valeur classique

$$\operatorname{div} E = 4\pi C\rho.$$

On aura donc

$$\text{(II)} \qquad L_e K_e^2 \frac{16\pi^2 \mu_0}{h^2} = 4\pi C.$$

La comparaison de (I) et de (II) nous conduit ainsi à la détermination suivante :

$$L_e = 1, \qquad K_e = \frac{h}{4\pi\sqrt{\mu_0}}\sqrt{4\pi C} = K\sqrt{4\pi C}.$$

II. Gravitation. — Outre les grandeurs relatives au photon, la particule de spin maximum 2 met en jeu des grandeurs qui dérivent d'un potentiel symétrique $\Phi_{[\mu\nu]}$. Les $\Phi_{[\mu\nu]}$ sont liés aux grandeurs physiques $A_{[\mu\nu]}$ qui interviennent dans l'interaction au moyen d'un coefficient K_g tel que

$$A_{[\mu\nu]} = K_g \Phi_{[\mu\nu]}.$$

En l'absence d'interaction, il n'existe aucun analogue du tenseur de Maxwell qui puisse servir à préciser la valeur de K_g.

L'interaction, par un procédé semblable à celui qui nous a servi en électromagnétisme, peut, là aussi, nous fournir deux équations qui nous permettront de déterminer K_g et le coefficient d'interaction L_g.

1° *Loi de Newton*. — Elle résulte de l'interaction entre deux particules matérielles au moyen du graviton. On peut se borner à faire intervenir un graviton caractérisé par un scalaire $\Phi = \Sigma_\mu \Phi_{\mu\mu}$, et l'on est conduit ainsi à définir des éléments de matrice qui correspondent au potentiel,

$$U = - L_g^2 K_g^2 \frac{16\pi^2 \mu_0 c^4}{h^2} \frac{m_1 m_2}{4\pi} \frac{e^{-k_0|\vec{r}_{12}|}}{|\vec{r}_{12}|},$$

qu'on peut identifier avec le potentiel de Seelinger

$$U = - G m_1 m_2 \frac{e^{-k_0|\vec{r}_{12}|}}{|\vec{r}_{12}|};$$

pour cela il faut poser

$$\text{(I')} \qquad L_g^2 K_g^2 \frac{16\pi^2 \mu_0 c^4}{h^2} = 4\pi G.$$

2° *Loi d'Einstein dans le cas de présence de matière*. — On l'obtient en considérant le mouvement d'une particule matérielle faisant intervenir un très grand nombre de quanta. Le résultat, pour la composante T_{44}, est

$$R_{44} - \lambda g_{44} = L_g K_g^2 \frac{32\pi^2 \mu_0}{h^2}\left(T_{44} - \frac{1}{2} T\right).$$

C'est, à l'approximation quasi euclidienne, la loi d'Einstein

$$R_{44} - \lambda g_{44} = \frac{\varkappa}{c^2}\left(T_{44} - \frac{1}{2} T\right) \ [1] \qquad \left(\varkappa = \frac{8\pi G}{c^2}\right)$$

---

[1] On doit en effet remplacer ici le coefficient K par $K|c^2$ en postulant un T_{44} qui, comme dans la théorie de Dirac, diffère par un facteur c^2 du T_{44} d'Einstein.

à condition de poser

$$(\mathrm{II}') \qquad \mathrm{L}_g \mathrm{K}_g^2 \frac{32\pi^2 \mu_0}{h^2} = \frac{8\pi \mathrm{G}}{c^4}.$$

De la comparaison de (I′) et (II′) résulte immédiatement

$$\mathrm{L}_g = 1, \qquad \mathrm{K}_g = \frac{h}{4\pi\sqrt{\mu_0}} \frac{\sqrt{4\pi \mathrm{G}}}{c^2} = \frac{\mathrm{K}}{c^2}\sqrt{4\pi \mathrm{G}}.$$

Le coefficient d'interaction L_g est donc purement numérique comme en électromagnétisme. L'introduction des constantes C et G est liée uniquement aux coefficients K. Électromagnétisme et gravitation se développent ainsi parallèlement dans la théorie de la particule de spin maximum 2. Les coefficients relatifs à l'un et à l'autre type de grandeurs sont entre eux dans le rapport $c^2\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{G}}}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence dans l'espace hilbertien.* Note de M. **Gaston Julia**.

1. On a distingué dès l'origine deux sortes de convergence, faible et forte, dans l'espace hilbertien. Soit $\mathcal{H}$ un tel espace, de base orthonormale (e_n).

La convergence *faible* d'une suite X^n de vecteurs (ou points) a d'abord été définie par les deux conditions (Hilbert, E. Schmidt, F. Riesz) : (1) $(e_i, \mathrm{X}^n) = x_i^n$ converge, pour $n = \infty$, vers x_i, quel que soit i fixe ; (2) $\|\mathrm{X}^n\|$ reste $<$ M fixe quel que soit n. Les x_i sont alors les coordonnées d'un vecteur X, limite faible de X^n ; on écrit $\mathrm{X}^n \rightharpoonup \mathrm{X}$. Ces deux conditions étant *hétérogènes*, on les a remplacées par l'unique condition suivante (Banach), de la même nature que (1), et qui équivaut à (1) et (2) réunies : (3) $(\mathrm{Z}, \mathrm{X}^n)$ converge *quel que soit* Z de $\mathcal{H}$; sa limite est (Z, X) si $\mathrm{X}^n \rightharpoonup \mathrm{X}$. Récemment [1] j'ai montré qu'on peut remplacer (1) et (2) par l'unique condition suivante (4) portant seulement sur les distances : (4) $\|\mathrm{X}^n - \mathrm{Z}\|^2 - \|\mathrm{X}^n\|^2$ converge *quel que soit* Z *de* $\mathcal{H}$; sa limite est $\|\mathrm{X} - \mathrm{Z}\|^2 - \|\mathrm{X}\|^2$.

D'autre part, la convergence *forte* se définit (Schmidt) par le critère de Cauchy : (5) $\|\mathrm{X}^{n+p} - \mathrm{X}^n\| < \varepsilon$, pour $n > \mathrm{N}(\varepsilon)$, quel que soit $p > 0$. Elle implique la convergence faible ; si X est la limite de X^n, on a $\|\mathrm{X}^n - \mathrm{X}\| < \varepsilon$ pour $n > \mathrm{N}(\varepsilon)$. On écrit $\mathrm{X}^n \rightarrow \mathrm{X}$.

On a cherché, de diverses manières, ce qui caractérise la convergence forte, par rapport à la faible, et l'on a notamment montré que la condition (6) $\lim\limits_{n=\infty} \|\mathrm{X}^n\| = \|\mathrm{X}\|$, jointe aux conditions (1) et (2), ou bien à (3), ou bien à (4), entraîne la convergence forte. Mais les conditions (1), (2), (6), ou bien (3), (6), étant hétérogènes, il paraît désirable d'établir la distinction

(1) *Comptes rendus*, **216**, 1943, pp. 97-100.

entre la convergence faible et la forte par un critère *homogène*. La présente Note répond à ce desideratum en ce qui concerne les critères (3) et (4). Le critère obtenu sera ensuite appliqué à une interprétation d'un théorème de Landau permettant une extension nouvelle de ce théorème.

2. *La condition nécessaire et suffisante pour que* X^n *converge fortement est que* (X^n, Z) *converge quel que soit* Z, *et* UNIFORMÉMENT SUR LA SPHÈRE $\|Z\| = 1$ (ou sur une sphère quelconque contenant l'origine). En effet : 1° si X^n converge fortement, on a $\|X^{n+p} - X^n\| < \varepsilon$, pour $n > N(\varepsilon)$ et $p > 0$ quelconque; donc $|(X^{n+p}, Z) - (X^n, Z)| = |(X^{n+p} - X^n, Z)| < \varepsilon \|Z\| = \varepsilon$ uniformément sur $\|Z\| = 1$; 2° si (X^n, Z) converge pour $n = \infty$, uniformément sur $\|Z\| = 1$, on a $|(X^{n+p}, Z) - (X^n, Z)| < \varepsilon$, pour $n > N(\varepsilon)$ et $p > 0$ quelconque, quel que soit Z sur $\|Z\| = 1$. Donc $|(X^{n+p} - X^n, Z)| < \varepsilon$. En prenant

$$Z = (X^{n+p} - X^n) . \|X^{n+p} - X^n\|^{-1},$$

il vient $\|X^{n+p} - X^n\| < \varepsilon$.

Il en résulte que, si la convergence de X^n est seulement faible, il existera un $\varepsilon > 0$, une suite indéfiniment croissante d'indices n_i, associés à des $p_i > 0$ convenables, et des Z_i de $\|Z_i\| = 1$ tels que $|(X^{n_i+p_i}, Z_i) - (X^{n_i}, Z_i)| > \varepsilon$.

3. De même, *la condition nécessaire et suffisante pour que* X^n *converge fortement est que* $\|X^n - Z\|^2 - \|X^n\|^2$ *converge quel que soit* Z, *et* UNIFORMÉMENT SUR LA SPHÈRE $\|Z\| = 1$.

On a, en effet, $\|X^n - Z\|^2 - \|X^n\|^2 = -2\mathcal{R}(X^n, Z) + \|Z\|^2$. La condition équivaut donc à la convergence uniforme de $\mathcal{R}(X^n, Z)$ sur $\|Z\| = 1$. Or $\mathcal{R}(X^n, iZ) = -\mathcal{I}(X^n, Z)$ entraîne la convergence uniforme de $\mathcal{I}(X^n, Z)$, donc celle de (X^n, Z), qui, par le n° 2, est nécessaire et suffisante.

4. Landau a démontré le théorème suivant : *Si* $\sum \bar{a}_k x_k$ *converge pour tout point* $X = \sum x_k e_k$ *de* $\mathcal{H}$, *les* a_k *sont les coordonnées d'un vecteur* A *de* $\mathcal{H}$. Considérant en effet le vecteur $A^n = \sum^n a_k e_k$, on aura $(A^n, X) = \sum^n \bar{a}_k x_k$, qui convergera pour tout X de $\mathcal{H}$; donc $A^n \rightharpoonup A$. Les $\|A^n\|$ étant alors bornés, $\sum |a_k|^2$ converge, et $A = \sum^\infty a_k e_k$. D'ailleurs

$$|(A^{n+p}, X) - (A^n, X)|^2 = \left|\sum_{n+1}^{n+p} \bar{a}_k x_k\right|^2 < \|X\|^2 . \left(\sum_{n+1}^{n+p} |a_k|^2\right)$$

est $< \varepsilon$, pour $n > N(\varepsilon)$, $p > 0$ arbitraire, quel que soit X de $\|X\| = 1$. La convergence de (A^n, X) sur $\|X\| = 1$ est uniforme et $A^n \to A$. On a, dans tout $\mathcal{H}$, $\sum^\infty \bar{a}_k x_k = (A, X)$.

5. *Lorsque* $\sum |a_k|^2$ *diverge*, la série $\sum \bar{a}_k x_k$ converge pour tous les X d'un

domaine D, variété linéaire non fermée, partout dense dans $\mathcal{H}$ puisque D contient la variété $\mathfrak{M} = \{e_1, e_2, \ldots\}$ de tous les $\sum^n x_k e_k$. D contient toutes les variétés linéaires fermées $V_n = [e_1, e_2, \ldots, e_n]$, et, pour $X \in V_n$, on a $\sum^n \bar{a}_k x_k = (\alpha^n, X)$, avec $\alpha^n = \sum a_k e_k$. Les V_n n'ont qu'un nombre fini de dimensions, mais il peut arriver, on en verra des exemples, que $\sum \bar{a}_k x_k$ converge dans une variété linéaire fermée $V \subset D$, *à une infinité de dimensions*. On va, dans ce cas, établir un théorème, valable pour $X \in V \subset \mathcal{H}$, contenant celui de Landau et s'y réduisant lorsque $V = \mathcal{H}$.

En décomposant chaque e_k en $e_k = e'_k + e''_k$, $e'_k \in V$, $e''_k \in \mathcal{H} - V$, et remarquant que pour tout $X \in V$, on a $x_k = (e_k, X) = (e'_k, X)$, il vient

$$\sum^n \bar{a}_k x_k = \sum^n \bar{a}_k (e'_k, X) = \left(\sum^n a_k e'_k, X\right).$$

Or V est un espace hilbertien; la convergence de $\sum \bar{a}_k x_k$ pour tout $X \in V$ équivaut donc à la convergence faible de $\sum^n a_k e'_k$ dans V. On en déduit $\sum^n a_k e'_k \rightharpoonup \alpha \in V$ et par suite $\sum^\infty \bar{a}_k x_k = (\alpha, X)$ pour tout $X \in V$. Pour que la convergence vers α devienne forte, il faut et il suffit que $\left(\sum^n a_k e'_k, X\right) = \sum^n \bar{a}_k x_k$ *converge uniformément sur* $\|X\| = 1$, c'est-à-dire que la *convergence de la série* $\sum \bar{a}_k x_k$ *soit uniforme sur* $\|X\| = 1$ *dans* V. Lorsque V n'a qu'un nombre fini de dimensions la convergence est toujours forte. Le théorème de Landau est un cas particulier du précédent correspondant à $V = \mathcal{H}$; alors $e'_k = e_k$, $e''_k = 0$, la convergence faible de $\sum^n a_k e'_k = \sum^n a_k e_k$ entraîne la convergence de $\sum |a_k|^2$ ainsi que la convergence uniforme de $\sum \bar{a}_k x_k$ sur $\|X\| = 1$, par suite la convergence forte de $\sum a_k e_k$.

Revenons à V. La convergence faible de $\sum^n a_k e'_k$ vers α entraîne $\left\|\sum^n a_k e'_k\right\|^2 < M$ pour tout n, et les réduites de la forme hermitienne infinie $\sum_{i,k} e'_{ik} \bar{a}_i a_k$ [on pose $e'_{ik} = (e'_i, e'_k)$], qui est une forme bornée, restent bornées pour les a_k donnés, bien que $\sum |a_k|^2$ ne converge pas, lorsque $\sum \bar{a}_k x_k$ converge dans tout V sans converger dans tout $\mathcal{H}$. Par contre, il est impossible que $\sum^n a_k e''_k$ converge en

même temps, fût-ce faiblement. Car, dans cette hypothèse

$$\sum^n a_k e_k = \sum^n a_k e'_k + \sum^n a_k e''_k$$

convergerait faiblement, donc $\sum^n |a_k|^2 = \left\| \sum^n a_k e_k \right\|^2$ serait borné et $\sum |a_k|^2$ convergerait. On peut même affirmer que $\left\| \sum^n a_k e''_k \right\| \to \infty$; car l'hypothèse contraire impliquerait l'existence d'une suite d'entiers $n_1 < n_2 < \ldots < n_i < \ldots$ tels que $\left\| \sum^{n_i} a_k e''_k \right\| <$ M fixe, d'où l'on conclurait à la convergence de $\sum |a_k|^2$. Dans le cas présent, $\sum^n a_k e_k$ s'éloigne à l'infini, mais sa *projection sur* V, qui est $\sum^n a_k e'_k$, *converge, faiblement ou fortement*, vers α, tandis que sa projection sur $\mathcal{H}$ — V s'éloigne à l'infini. Notons qu'un α, de V, tel que $(\alpha, X) = \sum^\infty \bar{a}_k x_k$ dans V, est unique, et que l'on a $\sum_1^\infty \bar{\alpha}_k x_k = \sum_1^\infty \bar{a}_k x_k$ dans tout V, *sans avoir* $\sum_n^\infty \bar{\alpha}_k x_k = \sum_n^\infty \bar{a}_k x_k$ pour tout n.

6. Voici un exemple de convergence *forte* de $\sum a_k e'_k$. Prenons

$$V = [e_2, e_4, \ldots, e_{2p}, \ldots]$$

et les a_k tels que $\sum |a_{2k-1}|^2$ diverge, $\sum |a_{2k}|^2$ converge. La série $\sum \bar{a}_k x_k$ se réduit à $\sum \bar{a}_{2k} x_{2k}$ pour tout $X = \sum x_{2k} e_{2k}$ de V ; elle converge dans tout V, et uniformément sur $\|X\| = 1$; donc $\sum_1^{2n} a_k e'_k = \sum_1^n a_{2k} e_{2k}$ converge fortement vers $\alpha = \sum_1^\infty a_{2k} e_{2k}$, et l'on a, dans V, $\sum^\infty \bar{a}_k x_k = (\alpha, X)$.

7. Voici un exemple de convergence *faible* de $\sum a_k e'_k$. V et $\mathcal{H}$ — V ont une infinité de dimensions. Soit (ε_n) la base orthonormale de V. On prend

$$A_n = \alpha_n \varepsilon_1 + \alpha_{n-1} \varepsilon_2 + \ldots + \alpha_1 \varepsilon_n \qquad (n = 1, 2, \ldots, \infty),$$

les α_n étant réels. Si $s_n = \alpha_1 + \ldots + \alpha_n$, on prendra $\sum s_n^2$ *convergente*, avec s_n décroissant et tendant vers zéro; comme $\alpha_n = s_n - s_{n-1}$, on a $\alpha_1 = s_1 > 0$ et $\alpha_k < 0$ pour $k > 1$. $\sum \alpha_k = 0$. Alors $A_n \to 0$ et $A_1 + A_2 + \ldots + A_n \to 0$ sans qu'aucune de ces convergences soit forte. L'opérateur A, de V, défini par $A \varepsilon_n = A_n$ est borné, de borne M_A. En multipliant tous les α_k par $\lambda > 0$, on

multiplie M_A par λ, et l'on peut donc supposer $M_A < 1$. Sous la seule condition $M_A \leq 1$, on peut associer à chaque A_n un $B_n \in \mathcal{H} - V$, tel que le système $E_n = A_n + B_n$ ($n = 1, 2, \ldots, \infty$) soit orthonormal dans $\mathcal{H}$.

J'étudierai ultérieurement ce problème de la détermination des B_n et du système (E_n). Complétons le système (E_n) par un système orthonormal (C_n), de façon que le système $(E_1, C_1, E_2, C_2, \ldots)$ soit complet dans $\mathcal{H}$. Posons $e_{2p-1} = E_p$, $e_{2p} = C_p$. (e_n) sera une base de $\mathcal{H}$ dont la projection sur V est donnée par $e'_{2p-1} = A_p$, $e'_{2p} = C'_p$. Choisissons les a_k de façon que $a_{2p-1} = 1$ et $a_{2p} = c_p$ avec $\sum |c_k|^2$ convergente. $\sum |a_k|^2$ diverge. Avec les notations du n° 5 on a $\sum_1^{2p} a_k e'_k = \sum_1^p A_k + \sum_1^p c_k C'_k$ qui converge faiblement et non fortement; il en est de même de $\sum_1^n a_k e'_k$ pour $n = \infty$. L'introduction des C_n est inutile si (E_n) est complet.

CORRESPONDANCE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Un théorème général sur les probabilités associées à un système d'événements dépendants.* Note de M. **Ky Fan**, présentée par M. Joseph Pérès.

Nous considérons ici un système d'un nombre fini d'événements fortuits A_1, A_2, ..., A_m, définis sur une même catégorie d'épreuves, mais, à cela près, quelconques, indépendants ou non, incompatibles ou non. Posons

$$S_0 = 1, \qquad S_k = \sum_{i_1 \ldots i_k} \text{Prob}\,(A_{i_1} A_{i_2} \ldots A_{i_k}) \qquad (1 \leq k \leq m)$$

et désignons par $P_{[k]}$ la probabilité pour que, dans une même épreuve, k de ces événements A se produisent et pas plus de k. On connaît diverses inégalités et égalités liant ces quantités S_k et $P_{[k]}$ (1). Mais il est à remarquer que *presque toutes les inégalités connues* (2) *liant* S_k, $P_{[k]}$ *sont de la forme linéaire homogène*

$$\sum_{k=0}^{m} (a_k S_k + b_k P_{[k]}) \geq 0, \tag{1}$$

où les coefficients a_k, b_k *sont indépendants de la nature des événements* A.

---

(1) Ces inégalités et égalités dues à divers auteurs (Ch. Jordan, Bonferroni, Fréchet, Gumbel, Broderick) ont été rassemblées par M. Fréchet dans son livre *Les probabilités associées à un système d'événements compatibles et dépendants*. Première partie : *Événements en nombre fini fixe*. Paris, 1940.

(2) Par exemple, les formules (212), (216), (221), (231), (232), (239) dans le livre cité de M. Fréchet. Voir aussi une double inégalité de M. Loève dans sa Note aux *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 261-263.

De même, *toutes les égalités connues* (³) *liant* S_k, $P_{[k]}$ *sont de la forme*

$$\sum_{k=0}^{m}(a_k S_k + b_k P_{[k]}) = 0. \tag{2}$$

L'étude des systèmes d'événements pouvant être dépendants conduit en général à des résultats moins précis que l'étude des événements indépendants. Mais, si l'on se borne aux inégalités de la forme (1) ou aux égalités de la forme (2), l'hypothèse de l'indépendance n'affecte en rien les résultats. Nous avons en effet le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Si une inégalité de la forme* (1) [*ou une égalité de la forme* (2)] *est valable pour tout système de m événements indépendants, elle est aussi valable pour tout système de m événements quelconques, indépendants ou non.*

On voit que ce théorème se rattache à l'important théorème de Ch. Jordan-T. S. Broderick [4], ainsi qu'à une règle connue [5] pour chercher la probabilité d'un événement fonction de plusieurs événements. L'ensemble de ces résultats se groupe harmonieusement. La démonstration de notre théorème est tout à fait élémentaire et repose sur un procédé souvent commode en Calcul des Probabilités. Ce procédé consiste à remplacer, au moyen de la notion d'indicateur [6], un système d'événements par un système de variables aléatoires [7].

Démonstration. — Il suffit évidemment de prouver la partie du théorème concernant les inégalités. Soit (1) une inégalité valable pour tout système de m événements *indépendants*. Prenons arbitrairement m nombres $x_i (1 \leq i \leq m)$ tels que $0 \leq x_i \leq 1$ et définissons m événements *indépendants* $B_1, B_2, \ldots, B_m$ avec $\mathrm{Prob}(B_i) = x_i$. Pour ces m événements B, l'inégalité (1) devient

$$\sum_{k=0}^{m}\left[a_k \sum_{i_1 \ldots i_k} x_{i_1} \ldots x_{i_k} + b_k \sum_{i_1 \ldots i_k} x_{i_1} \ldots x_{i_k}(1 - x_{i_{k+1}}) \ldots (1 - x_{i_m})\right] \geq 0. \tag{3}$$

Ainsi, d'après l'hypothèse, l'inégalité (3) est vérifiée par tout système de m nombres $x_i \geq 0$ et ≤ 1. Dès lors, si m variables aléatoires X_i, *indépendantes ou non*, sont telles que $0 \leq X_i \leq 1$ dans toute épreuve, l'inégalité obtenue de (3) en remplaçant chaque x_i par X_i sera valable dans toute épreuve, et par suite, on

---

(³) Par exemple, les formules fondamentales (29) et (41) dans le livre de M. Fréchet.

(⁴) *Proc. Royal Irish Academy*, 44, 1937, pp. 19-28. Voir aussi M. FRÉCHET, *op. cit.*, p. 38.

(⁵) M. FRÉCHET, *op. cit.*, p. 28.

(⁶) On appelle *indicateur* d'un événement A la variable aléatoire qui est égale à 1 si A a lieu, sinon à O.

(⁷) Ce procédé a été utilisé par A. Khintchine (*Rec. Math. Moscou*, 39, 1932, pp. 40-43), B. de Finetti (*Ann. Inst. H. Poincaré*, 7, 1937, p. 30) et récemment par M. Loève (*Ann. Univ. Lyon*, Section A., *Sc. Math. et Astr.*, 1942, pp. 55-74).

aura, en prenant la valeur moyenne [8]

$$(4)\quad \sum_{k=0}^{m}\left\{a_k \sum_{i_1\ldots i_k} \mathfrak{M}(X_{i_1}\ldots X_{i_k}) + b_k \sum_{i_1\ldots i_k} \mathfrak{M}[X_{i_1}\ldots X_{i_k}(1-X_{i_{k+1}})\ldots(1-X_{i_m})]\right\} \geq 0.$$

Donnons-nous maintenant un système de m événements $A_1, A_2, \ldots, A_m$ quelconques, *indépendants ou non*. Soit X_i l'indicateur de A_i. On a évidemment $0 \leq X_i \leq 1$. D'après ce qui précède, (4) est nécessairement vérifiée par ces variables aléatoires X_i. Or, selon la définition de X_i, le premier membre de (4) n'est autre chose que $\sum_{k=0}^{m}(a_k S_k + b_k P_{[k]})$, où S_k, $P_{[k]}$ se sont rapportés aux événements donnés $A_1, A_2, \ldots, A_m$. L'inégalité considérée (1) est donc valable pour tout système de m événements, *indépendants ou non*. C. Q. F. D.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Comparaison entre la théorie de la composition et la transformation de Laplace-Carson*. Note [1] de M. **Jean Gilly**, présentée par M. Joseph Pérès.

I. Dans le cas de singularités intérieures au domaine d'intégration, les propriétés des parties finies d'intégrales au sens de M. Hadamard se conservent; les formules de transformation d'intégrales, comme celle de Dirichlet, s'appliquent; on peut donc s'en servir pour la définition des produits de composition de première et deuxième espèce : les propriétés d'associativité et de distributivité sont conservées; l'emploi des parties finies dans la correspondance de Laplace-Carson étend considérablement le champ de la correspondance en conservant des propriétés importantes, utilisées dans la résolution des équations différentielles, ainsi que le théorème du produit; pour assurer l'unicité de la correspondance, nous conviendrons d'éviter l'extension de la définition signalée dans notre Note du 17 janvier 1944 (p. 100).

II. Soient des fonctions $M(x, y)$ et $N(x, y)$ nulles respectivement pour $y - x < \mu(x) > 0$ et $(y - x) < \nu(y) > 0$ et telles que, par ailleurs

$$M(x, y) = m(x + \mu(x), y), \qquad N(x, y) = n(x, y - \nu(y)).$$

On vérifie aisément que

$$\overset{\star}{M}\overset{\star}{N}(x, y) = 0 \qquad \text{pour } y - x < \mu(x) + \nu(y);$$
$$\overset{\star}{M}\overset{\star}{N}(x, y) = \overset{\star}{m}\overset{\star}{n}(x + \mu(x), y - \nu(y)) \qquad \text{pour } y - x > \mu(x) + \nu(y),$$

relation qui s'étend au cas des ordres singuliers et généralise la relation bien connue sur les ordres et les diagonales des produits de composition. En

(8) $\mathfrak{M}X$ désigne la valeur moyenne de la variable aléatoire X.

(1) Séance du 7 février 1944.

particulier, si l'on pose

$$\overset{\star}{1}{}^{\alpha}(t-h)=0 \quad \text{pour } t<h \quad \text{et} \quad \overset{\star}{1}{}^{\alpha}(t-h)=\frac{(t-h)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \quad \text{pour } t>h,$$

on vérifie sans difficulté la relation $\overset{\star}{1}{}^{\alpha}(t-h)\,\overset{\star}{1}{}^{\beta}(t-k)=\overset{\star}{1}{}^{\alpha+\beta}(t-h-k)$, ce qui conduit à poser

$$\overset{\star}{1}{}^{0}(t-h)\overset{\star}{f}(t)=0 \quad \text{pour } t<h \quad \text{et} \quad \overset{\star}{1}{}^{0}(t-h)\overset{\star}{f}(t)=\overset{\star}{f}(t-h) \quad \text{pour } t>h.$$

L'opérateur $\overset{\star}{1}{}^{0}(t-h)$ est équivalent à e^{-ph} dans la transformation de Laplace-Carson.

Ces considérations permettent d'envisager le produit de composition de fonctions d'ordre négatif avec des fonctions admettant un nombre fini de lignes de discontinuité.

III. La théorie de la composition conduit à substituer à toute fonction de la forme $f(t)=\Sigma_k[C_k t^{\alpha_k}/\Gamma(\alpha_k+1)]$ une fonction appelée *associée* de $f(t)$: $\varphi_v(p)=\Sigma_k(C_k/p^{\alpha_k})$ avec $f(t)=\overset{\star}{\varphi}_v(\overset{\star}{1}{}^{-1}).\overset{\star}{1}=\varphi_v(p).1$. L'associée $\varphi_v(p)$ et l'image $\varphi_c(p)$ d'une même fonction ont de nombreuses propriétés communes, notamment celles que nous avons citées au paragraphe I. Nous nous proposons d'insister sur quelques différences.

La correspondance entre $f(at)$ et $\varphi(p/a)$, vérifiée pour l'associée quel que soit a, ne l'est en général pour l'image que si a est réel.

Les relations

$$\lim_{p\to\infty}\varphi(p)=\lim_{t\to 0}f(t), \qquad \lim_{p\to 0}\varphi(p)=\lim_{t\to\infty}f(t)$$

vérifiées pour l'image si les limites sont atteintes pour les valeurs réelles positives, ne le sont pour l'associée que dans le cas banal où elles sont atteintes par valeurs complexes quelconques, la limite infinie désignant l'infini d'argument quelconque. N étant entier positif, t^{-N} n'a ni image ni associée et p^N n'est l'image ou l'associée d'aucune fonction analytique.

Il y a lieu de réserver le cas d'une série de puissances négatives de t : l'image peut exister seule $\left(e^{-\frac{1}{t}}\right)$, l'associée aussi $\left(\frac{1}{\sqrt{t}}e^{\frac{1}{t}}\right)$, ou elles peuvent différer l'une de l'autre pour une série de puissances positives entières de p,

$$\operatorname{erf}\frac{1}{2\sqrt{t}}=\operatorname{sh}\sqrt{p}.1\supset 1-e^{-\sqrt{p}}.$$

Dans le cas d'une fonction du type $f(t)=c_0t^{\alpha}+c_1t^{\alpha+1}+\ldots+c_Nt^{\alpha+N}+\ldots$ (α non entier négatif), la condition nécessaire et suffisante pour que l'image soit égale à l'associée est que l'associée soit convergente pour les grandes valeurs de p.

Si l'associée est une série asymptotique, l'image peut ne pas exister; si elle existe, elle est la somme asymptotique de l'associée.

Enfin, si $f_k(t) = \varphi_{ck}(p) \cdot 1 \supset \varphi_{ck}(p)$, pour qu'il y ait correspondance entre les séries $f_k(t)$ et $\varphi_k(p)$, il faut que la série $f_k(t)$ converge pour les petites valeurs de t et, en outre, pour l'image, il faut que la série φ_{ck} soit convergente pour les grandes valeurs de p, et que la série $f_k(t)$ n'introduise pas de développement illimité de puissances négatives de t.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la formule de Bernoulli généralisée.* Note [1] de M. **André Fortier**, présentée par M. Henri Villat.

Pour calculer la perte de puissance mécanique $\Delta\varpi$ d'un fluide réel incompressible en mouvement permanent, le long d'un tronçon de conduite limité par les deux sections S_1 et S_2, on admet que $\Delta\varpi$ est donnée par la formule de Bernoulli généralisée

$$\Delta\varpi = \iint_{S_1} \left(\frac{1}{2}\rho V^2 + p + \mathfrak{U}\right) v_n \, d\sigma - \iint_{S_2} \left(\frac{1}{2}\rho V^2 + p + \mathfrak{U}\right) v_n \, d\sigma, \tag{1}$$

ρ désignant la masse spécifique du fluide, V la vitesse, p la pression, $\mathfrak{U}$ le potentiel des forces de profondeur et v_n la projection de la vitesse sur la normale à l'élément de surface $d\sigma$.

Les deux intégrales du second membre de l'équation (1) représentent les *débits d'énergie* à travers les sections S_1 et S_2 et l'on démontre que ces débits d'énergie sont égaux dans le cas d'un fluide parfait. E. Cotton a généralisé ce résultat [2] et montré pour un fluide parfait : 1° que l'égalité subsiste entre les valeurs moyennes des débits d'énergie dans le cas d'un mouvement turbulent, permanent en moyenne, dans une conduite, et 2° que la différence entre les débits moyens d'énergie représente la puissance moyenne d'un récepteur mécanique intercalé entre les sections S_1 et S_2.

Or il n'est pas nécessaire de passer par l'intermédiaire du fluide parfait et l'on peut établir une formule analogue à la formule (1) en ne conservant que trois hypothèses : *a*. la pression est fonction seulement de la masse spécifique; *b*. les forces de profondeur dérivent d'un potentiel $\mathfrak{U}$ indépendant du temps; *c*. l'écoulement est permanent en moyenne.

Soit en effet une surface fermée Σ, dont le mouvement est connu et soit $\mathcal{O}$ le volume intérieur à Σ que nous supposerons constamment rempli par le fluide en mouvement. Appliquons le principe de la conservation de l'énergie à la masse fluide qui se trouve à l'instant t à l'intérieur de Σ, nous pouvons écrire

$$d\mathfrak{T} + dQ = dE_c + dE_i,$$

$d\mathfrak{T}$ désignant le travail et dQ la quantité de chaleur fournie à la masse fluide

---

(1) Séance du 28 février 1944.

(2) E. Cotton, *Comptes rendus*, 168, 1919, p. 547; *Bull. Soc. Math.*, **50**, 1922, pp. 134-147; *Ann. Univ. Grenoble*, (2), 2, 1925, pp. 261-269.

considérée par le milieu extérieur entre les instants t et $t+dt$; dE_c l'augmentation d'énergie cinétique et dE_i l'augmentation d'énergie interne de la masse fluide pendant le même temps.

Or le travail $d\mathcal{T}$ comprend le travail des forces de surface $d\mathcal{T}_1$, et le travail des forces de profondeur $d\mathcal{T}_2$; dE_i comprend l'augmentation d'énergie intrinsèque dE_p et le travail dQ' des forces de frottement transformé en chaleur à l'intérieur de la masse fluide pendant le temps dt, l'équation (2) peut donc s'écrire

$$\frac{d\mathcal{T}_1}{dt}+\frac{d\mathcal{T}_2}{dt}+\frac{dQ}{dt}=\frac{dE_c}{dt}+\frac{dE_p}{dt}+\frac{dQ'}{dt}. \tag{3}$$

Les diverses puissances qui figurent dans l'équation (3) doivent être calculées en suivant les particules fluides dans leurs mouvements, et nous désignerons, comme on a l'habitude de le faire, par dG/dt la dérivée, par rapport au temps, de la fonction $G(x, y, z, t)$ prise en suivant la particule dans son mouvement.

Appelons v_n la projection de la vitesse V en un point de Σ sur la normale extérieure à Σ, W_n la vitesse normale d'un élément de surface $d\sigma$ de Σ, et posons

$$\mathfrak{P}=\int\frac{dp}{\rho},\qquad \mathcal{E}=\iiint_{\varpi}\rho\left(\frac{V^2}{2}+\mathfrak{P}-\frac{p}{\rho}+\mathfrak{U}\right)d\tau.$$

Il est facile de voir que

$$\frac{dQ'}{dt}-\frac{dQ}{dt}-\frac{d\mathcal{T}_1}{dt}+\frac{d\mathcal{E}}{dt}=-\iint_{\Sigma}\rho\left(\frac{V^2}{2}+\mathfrak{P}-\frac{p}{\rho}+\mathfrak{U}\right)(v_n-w_n)\,d\sigma. \tag{4}$$

Appliquons la formule (4) à un tronçon de conduite limité par deux sections fixes S_1 et S_2 et comprenant une machine dont les surfaces mobiles sont complètement noyées dans le fluide en mouvement et ne coupent jamais les sections S_1 et S_2. La surface Σ est alors constituée par la surface matérielle fixe S (parois de la conduite et surfaces fixes de la machine), l'ensemble S' des sections S_1 et S_2 et les parois mobiles S'' de la machine, et nous pouvons écrire

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt}+\Delta w=-\iint_S\left(\vec{T}-p\vec{n}+\rho\frac{V^2}{2}\vec{n}+\rho\mathfrak{P}\vec{n}+\rho\mathfrak{U}\vec{n}\right)\vec{V}\,d\sigma, \tag{5}$$

en appelant ΔW la puissance mécanique perdue par le fluide entre les sections S_1 et S_2, $\vec{n}$ un vecteur unitaire porté par la normale extérieure à Σ et $\vec{T}$ la tension exercée par le fluide qui se trouve du côté négatif de $d\sigma$ sur le fluide qui se trouve du côté positif.

Lorsque le mouvement du fluide est permanent en moyenne et que les surfaces mobiles de la machine repassent périodiquement par les mêmes positions, nous pouvons prendre les moyennes des deux membres de l'équation (5)

et écrire finalement

$$(6)\qquad \overline{\Delta w} = \iint_{S_1} \overline{\left(\vec{T} - p\vec{n} + \rho\frac{V^2}{2}\vec{n} + \rho\mathfrak{L}\vec{n} + \rho\mathfrak{U}\vec{n}\right)\vec{V}\,d\sigma} - \iint_{S_2} \overline{\left(\vec{T} - p\vec{n} + \rho\frac{V^2}{2}\vec{n} + \rho\mathfrak{L}\vec{n} + \rho\mathfrak{U}\vec{n}\right)\vec{V}\,d\sigma},$$

les normales à S_1 et S_2 étant orientées dans le sens de l'écoulement moyen, c'est-à-dire de S_1 vers S_2.

L'équation (6) généralise l'équation (1) et est applicable à un écoulement quelconque, permanent en moyenne, d'un fluide réel compressible ou non.

Dans le cas usuel d'un fluide pesant, la formule (6) montre que $\overline{\Delta w}$ peut toujours être calculée à partir de mesures de pressions et de vitesses dans les sections S_1 et S_2 qui limitent le tronçon de conduite considéré.

HYDRAULIQUE. — *Coup de bélier dans un canal de fuite fonctionnant en charge.* Note (¹) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Soient y_0 et $y_0 + \xi$ les hauteurs piézométriques en régime permanent d'une part, et à l'instant t, d'autre part, à l'entrée de la turbine, y'_0 et $y'_0 + \xi'$ les mêmes quantités à la sortie de celle-ci; la charge sous laquelle fonctionne la turbine, à l'instant t, est donc

$$(1)\qquad (y_0 + \xi) - (y'_0 + \xi') = \lambda q^2,$$

$\lambda(t)$ étant une fonction du temps donnée par la loi d'action du régulateur. Si l'on applique la méthode graphique de M. Bergeron au problème étudié, la distance verticale entre les points de fonctionnement m, m', relatifs à la base de la conduite d'amenée d'une part, et au départ du canal de fuite, d'autre part, doit donc être égale, à chaque instant t, à l'ordonnée correspondante de la parabole $y = \lambda q^2$, relative à l'ouverture de la turbine réalisée à cet instant t. Toute la construction est basée sur cette remarque.

On choisit comme unité provisoire de temps un diviseur commun des durées d'aller retour d'onde le long de la conduite d'amenée, d'une part, et du canal de fuite, d'autre part. Dans le cas de la figure, cette unité est supposée égale à la moitié de la durée d'aller retour d'onde dans le canal d'amenée et au quart de celle qui caractérise le canal de fuite.

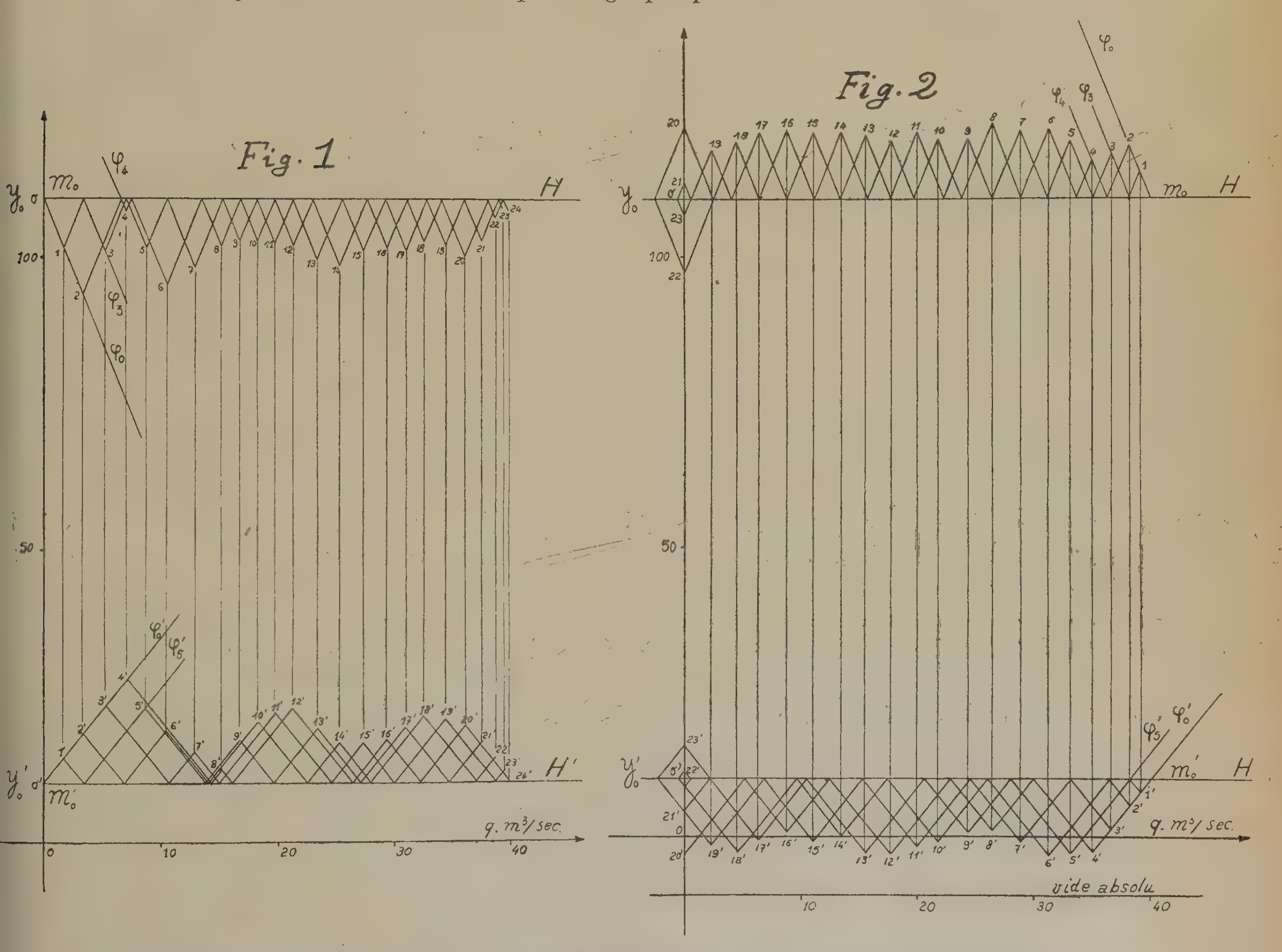
A partir des valeurs de λ que la loi d'action du régulateur fait correspondre aux instants successifs 1, 2, 3, ..., n, ..., on construit les paraboles $y = \lambda q^2$ correspondantes. On détermine les inclinaisons des droites φ (canal d'amenée) et φ' (canal de fuite) de la méthode graphique. Sur un calque on trace deux axes rectangulaires Ox, Oy, la droite Δ, de même pente que φ' et issue de l'origine O ainsi que les courbes 1, 2, 3, ..., n, ..., déduites des paraboles

(¹) Séance du 28 février 1944.

précédentes en comptant les ordonnées des divers points au-dessus de la droite Δ.

Pour obtenir les points du graphique correspondant à l'instant n, on fait coïncider la droite Δ du calque avec la droite φ'_n de la figure réfléchie sur l'horizontale H′ du régime permanent dans le canal de fuite par le point de fonctionnement $n'-4$: le point n est alors à l'intersection de la courbe n du calque et de la droite φ_n réfléchie sur l'horizontale H du régime permanent dans la conduite d'amenée par le point de fonctionnement $n-2$: en rappelant verticalement n sur φ'_n, on obtient le point n'.

La figure 1 montre un exemple de graphique ainsi obtenu à la mise en route



des turbines; la figure 2 correspond à leur arrêt. Dans l'exemple étudié, il ne se produit pas de cavitation dans le canal de fuite : dans le cas contraire, on pourrait tenir compte théoriquement de celles-ci, mais, pratiquement, des cavitations seraient inadmissibles et l'installation devrait être complétée par une chambre d'équilibre.

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur la variation de glissement d'un essieu aux grandes vitesses*. Note de M. **René Swyngedauw**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons montré [1] que le glissement d'un essieu, roulant sur un cylindre entre pointes, est indépendant de la vitesse dans la première partie de la courbe de glissement qui correspond au rampage d'une courroie; mais la vitesse périphérique maximum ne dépassa jamais 40^{km} à l'heure dans ces expériences.

Nous avons pu depuis, sans changer notablement le dispositif expérimental, atteindre 110 à 120^{km} à l'heure; le cylindre en acier dur trempé de $96^{mm},6$ de diamètre fait alors 5400 à 6000 tours par minute, suivant que l'essieu est plus ou moins freiné.

Les essieux des expériences antérieures n'ont pu être utilisés car, par suite de la diminution progressive du diamètre de leurs roues, la fréquence des oscillations du voltmètre [qui sert à la mesure du glissement [2]] eût été trop grande aux grandes vitesses pour que l'on puisse compter aisément le nombre d'oscillations par minute.

Pour réduire cette fréquence, nous avons été amené à n'employer que des interrupteurs rotatifs à une rupture de courant par tour, et par conséquent des essieux de diamètre sensiblement égal à celui du cylindre.

Nous avons surtout employé un essieu en acier dur trempé dont les roues ont un diamètre qui ne diffère de celui du cylindre que de quelques centièmes de millimètre; il pèse 16700^{g}.

Aux grandes vitesses : 1° le graissage des pointes entre lesquelles tourne l'essieu doit être entretenu par une goutte d'huile toutes les 3 ou 4 minutes; 2° les pointes ne doivent pas être trop serrées sur les bouts d'arbre, un très léger jeu est indispensable; 3° l'équilibrage dynamique des interrupteurs rotatifs de l'essieu et du cylindre doit être aussi parfait que possible; car le moindre balourd crée des trépidations et, l'essieu n'étant plus en contact continu avec le cylindre, le glissement est augmenté dans des proportions inconnues. Ces vibrations sont révélées par un flux de faibles étincelles éclatant entre les roues de l'essieu et le cylindre par suite de la rupture du très faible courant de voltmètre qui traverse le contact roue-cylindre dans le dispositif de mesure du glissement décrit dans la Note précitée. Ces étincelles font un bruit d'intensité périodiquement variable, de même fréquence que les oscillations du voltmètre.

Le freinage de l'essieu se fait au moyen d'un fin cordon frottant sur l'arbre de l'essieu et enroulé dans un sens tel que l'extrémité la moins tendue soit reliée

(1) *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 869.
(2) *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 151.

à la balancc sinus qui mesure la tension t; l'extrémité la plus tendue porte un poids P, de sorte que l'effort de freinage sur l'arbre de l'essieu est $P - t$.

On alterne, pour un même effort du freinage, les mesures de glissement à petite et grande vitesse, afin que le roulement dans les deux cas se fasse sur des surfaces de contact pratiquement identiques.

La grande vitesse peut être considérée invariable pendant la durée d'une mesure de fréquence d'oscillation du voltmètre. La faible vitesse varie de 1/10 environ pendant la durée 6 à 7 fois plus grande d'une mesure; on note 2 fois par minute sa valeur et l'on en prend la moyenne pour le calcul du glissement.

A vide, le glissement moyen relevé est

$$\gamma_0 = 0,164 \text{ millième à } 800 \text{ t/m} \qquad \text{et} \qquad \Gamma_0 = 0,318 \text{ millième à } 6000 \text{ t/m},$$

soit

$$\Gamma_0 - \gamma_0 = 0,154 \text{ millième},$$

en charge, pour une résistance au roulement égale à 0,13 fois le poids de l'essieu,

$$\Gamma - \Gamma_0 = 0,92 \text{ millième}, \qquad \Gamma - \gamma = 0,172 \text{ millième}.$$

D'où cette conclusion importante :

Dans le rampage, le glissement est plus grand à grande qu'à faible vitesse et la différence $\Gamma - \gamma$ *croît légèrement avec la charge de l'essieu.*

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Conditions de choc dans le problème des trois corps* (¹). Note (²) de M. **Pierre Sémirot**, présentée par M. Jean Chazy.

Soient x, y, z les coordonnées du corps P_1 de masse m_1 par rapport au corps P_0 de masse m_0, ξ, η, ζ les coordonnées du corps P_2 de masse m_2 par rapport au centre de gravité G des deux corps P_0 et P_1 et posons $r = P_0P_1$, $r_1 = P_0P_2$, $r_2 = P_1P_2$, $\rho = GP_2$. Le mouvement est défini par un système différentiel d'ordre *douze* de la forme

$$(S) \qquad \begin{cases} x'' = Ax + B\xi, & y'' = Ay + B\eta, & z'' = Az + B\zeta, \\ \xi'' = Cx + D\xi, & \eta'' = Cy + D\eta, & \zeta'' = Cz + D\zeta. \end{cases}$$

L'application du théorème fondamental de M. Chazy (*Bull. Sc. Math.*, 56, 1932) à un système différentiel déduit de (S) nous a permis de mettre en évidence la forme des développements des coordonnées au voisinage de l'instant du choc et les conditions de choc. Nous établirons directement ces conditions de choc à partir dusystème (S).

1° Soit une fonction X de la variable x s'annulant avec cette variable et développable au voisinage de $x = 0$ en série entière convergente en $x^{p/q}$ de rayon

---

(¹) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 974.

(²) Séance du 28 février 1944.

de convergence R

$$(1) \qquad X(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(x^{\frac{p}{q}}\right)^n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^i;$$

p, q, n sont des entiers positifs et nous avons posé $pn/q = i$. Considérons, dans le plan de la variable complexe, le cercle de rayon R et de centre $x = 0$. Pour la valeur x de la variable, la valeur de X est exprimée par la série (1) si $|x| < R$. Soit un cercle de centre x et de rayon $\rho < R/2$ passant par le point $x = 0$. Pour toute valeur x_1 de la variable contenue dans ce cercle, la fonction X est holomorphe et développable en série de Taylor. Pour $x_1 = 0$, cette série s'écrit

$$(2) \qquad 0 = X - \frac{dX}{dx} x + \ldots + (-1)^k \frac{d^k X}{dx^k} \frac{x^k}{k!} + \ldots,$$

et nous en établirons la convergence. Les dérivées de X sont déterminées à partir de (1). Portons les valeurs obtenues dans (2); ordonnons par rapport aux coefficients a; il viendra, en désignant par C_i^k le nombre des combinaisons simples de i objets k à k,

$$0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^i [1 - i + \ldots + (-1)^k C_i^k + \ldots].$$

Le coefficient de la quantité $a_n x^i$ étant nul, il en résulte que la série (2) représente bien la valeur de X pour $x_1 = 0$.

2° Soit une fonction X de x s'annulant pour $x = 0$ et développable en série entière convergente en $x^{p/q}$ et $x^{p/q} \log x$:

$$X = \sum_{\alpha=0}^{\infty} \sum_{\beta=0}^{\infty} a_{\alpha\beta} x^{\frac{p\alpha}{q}} \left(x^{\frac{p}{q}} \log x\right)^{\beta} = \sum \sum a_{\alpha\beta} PQ \qquad (\text{sauf } \alpha = \beta = 0),$$

avec $P = x^i$, $i = p\alpha/q$, $Q = (x^{p/q} \log x)^{\beta}$. Un raisonnement analogue au précédent conduira à l'étude de la convergence de la série (2).

Portons les valeurs des dérivées de X dans (2) et ordonnons par rapport aux coefficients a :

$$0 = \sum \sum a_{\alpha\beta} \left[PQ - x \left(P \frac{dQ}{dx} + Q \frac{dP}{dx} \right) + \ldots + \frac{(-1)^k}{k!} x^k \times \left(P \frac{d^k Q}{dx^k} + \ldots + C_k^l \frac{d^l P}{dx^l} \frac{d^{k-l} Q}{dx^{k-l}} + \ldots + Q \frac{d^k P}{dx^k} \right) + \ldots \right].$$

Désignons par $K_{\alpha\beta}$ le coefficient de $a_{\alpha\beta}$ et ordonnons-le par rapport à la fonction Q et à ses dérivées après avoir remplacé la fonction P et ses dérivées par leurs valeurs

$$K_{\alpha\beta} = [1 - i + \ldots + (-1)^l C_i^l + \ldots] \left[Q - x \frac{dQ}{dx} + \ldots + (-1)^n \frac{x^n}{n!} \frac{d^n Q}{dx^n} + \ldots \right] x^i.$$

Le premier facteur représente le développement de $(1 + z)^i$ pour $z = -1$ et le second est le développement de la fonction $Q(0) = (x^{p/q} \log x)^{\beta}_{x=0}$.

Ces deux facteurs étant nuls, il s'ensuit que la série (2) représente encore la valeur de X pour $x_1 = 0$.

3° Appliquons les deux propositions précédentes aux différents cas de chocs définis comme suit :

choc binaire réel, la distance r s'annule en même temps que ses projections sur les axes de coordonnées;

choc imaginaire double, les deux distances r_1 et r_2 s'annulent sans que leurs projections sur les axes de coordonnées soient nulles;

choc imaginaire triple, les trois distances s'annulent sans que leurs projections sur les axes de coordonnées soient nulles;

choc imaginaire triple de deuxième espèce, deux distances s'annulent mais non leurs projections sur les axes de coordonnées, et d'autre part la troisième distance r et ses projections s'annulent.

Le tableau suivant indique la forme des développements des coordonnées au voisinage de l'instant du choc, le nombre de constantes dont ils dépendent, le nombre des conditions de choc, les variables pour lesquelles il faut écrire les développements (2) :

Choc réel	$t^{1/3}$	10	2	x, y, z
» double	$t^{1/5}$	10	2	$r_1, r_2, r_1/r_2 = m_0/m_1$
» triple	$t^{1/2}$ et $t^{1/2}\log t$	10	2	r, r_1, r_2
» de 2ᵉ espèce...	$t^{1/3}$ et $t^{1/3}\log t$	9	3	x, y, z, ρ, ou $r, r_1, r_2, r_1/r_2 = (-m_0/m_1)^{1/2}$.

L'élimination du temps entre n développements (2) donnera les $n-1$ conditions de choc. En ayant égard au système (S), on constate que, dans les chocs réel et de 2ᵉ espèce, les développements (2) relatifs aux variables x, y, z sont de la forme

$$Kx + Lx' + M\xi + N\xi' = 0, \qquad Ky + Ly' + M\eta + N\eta' = 0, \qquad Kz + Lz' + M\zeta + N\zeta' = 0.$$

Il faut également remarquer que, dans les cas des chocs double et de 2ᵉ espèce, le rapport des deux distances r_1 et r_2 qui s'annulent n'est pas arbitraire.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de mesure des mobilités d'ions dans les gaz*. Note (¹) de Mˡˡᵉ **Éliane Montel**, présentée par M. Maurice de Broglie.

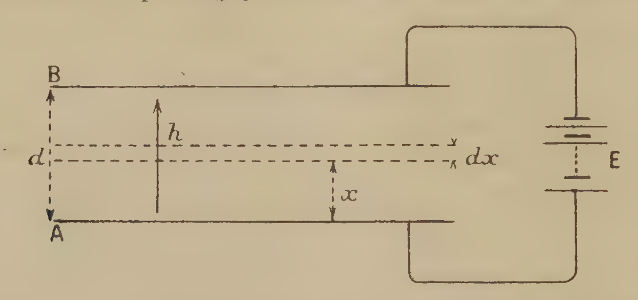
La mesure des mobilités d'ions ou d'électrons dans les gaz, à des pressions et dans des champs électriques aussi variés que possible, présente actuellement un renouveau d'intérêt, en liaison, par exemple, avec le développement de la technique des compteurs Geiger-Müller. Divers travaux d'ordre expérimental ou d'ordre théorique ont été récemment consacrés à cette question (²).

(¹) Séance du 14 février 1944.

(²) A. V. Hershey, *Phys. Rev.*, 56, 1939, pp. 908 et 916; A. F. Pearce, *Proc. Roy. Soc.*, 155, 1936, p. 490; P. Herreng, *Thèse de doctorat*, Paris, 1943.

Je désire indiquer ici le principe d'une méthode nouvelle, dont j'ai entrepris la réalisation expérimentale, et qui me semble présenter des avantages réels sur celles employées jusqu'ici. Elle se fonde sur un résultat que j'ai établi dans une Note antérieure (³).

Soit un condensateur plan (*fig.* 1) entre les armatures A et B duquel est



maintenu un champ électrique uniforme et constant au moyen d'une source continue E. Par un procédé quelconque (effet photoélectrique sur le plateau A, faisceau plan de rayons X au voisinage immédiat de celui-ci, ou passage à travers de fines ouvertures pratiquées dans A), des électrons ou des ions, que je supposerai tous identiques, sont introduits dans le gaz au voisinage immédiat du plateau A, et, le sens du champ étant convenable, se déplacent vers B avec une vitesse constante kh, k étant la mobilité des électrons ou des ions considérés, dont le libre parcours dans le gaz est supposé petit par rapport à la distance d des plateaux.

Soit $I\,dt$ la quantité d'électricité portée par les particules ainsi introduites pendant l'intervalle de temps dt. Je suppose que, par un procédé également quelconque (variation périodique de l'intensité du rayonnement qui produit les centres électrisés, intervention d'un champ électrique alternatif agissant sur ces centres avant leur arrivée au plateau A, etc.), l'intensité correspondante du courant d'*introduction* I soit soumise à des variations périodiques de pulsation ω ou de période T connue. Soit

$$I = \sum_{m=0}^{\infty} I_m \cos(m\omega t + \varphi_m)$$

le développement de cette intensité en série de Fourier.

Cherchons à déterminer, en régime alternatif permanent, l'intensité i du courant total de Maxwell à travers un plan quelconque parallèle aux plateaux du condensateur ou à travers une section quelconque des conducteurs filiformes qui relient ces plateaux à la source E.

Sous la condition, facile à réaliser, que les charges électriques présentes dans le gaz soient trop faibles pour troubler appréciablement la constance et l'uniformité du champ h, le développement en série de Fourier du courant *observé* i

(³) E. Montel, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1141.

se déduit de manière très simple des formules que j'ai données antérieurement (4). L'amplitude i_m de l'harmonique d'ordre m du courant observé s'obtient à partir de l'amplitude I_m de l'harmonique correspondante du courant d'*introduction* par la relation simple

$$i_m = I_m \frac{\sin \alpha_m}{\alpha_m},$$

où

$$\alpha_m = \frac{m\pi a}{khT}.$$

Cette amplitude i_m s'annule lorsque α_m est un multiple entier de π, c'est-à-dire lorsqu'on a, n étant un nombre entier,

$$d = nkh\frac{T}{m},$$

ce qui est réalisé lorsque la distance d entre les plateaux contient un nombre entier n de fois le chemin parcouru par les ions pendant la période T/m de l'harmonique considéré.

En particulier, si l'on mesure, par les méthodes bien connues, l'amplitude i du terme fondamental de période T dans le courant observé, et si l'on fait varier d, h ou T, on devra constater que cette amplitude s'annule chaque fois que la relation

$$d = nkhT$$

est satisfaite. Il en résulte un moyen précis pour mesurer la mobilité k.

Le résultat précédent prend un aspect plus intuitif et concret si l'on remarque que l'action du champ électrique a pour effet d'étaler dans l'espace entre les plateaux du condensateur, avec une vitesse constante kh, les variations périodiques dans le temps du courant d'*introduction* I, avec la longueur d'onde khT/m pour l'harmonique d'ordre m. L'harmonique correspondant du courant *observé* disparaît lorsque la distance entre les plateaux contient un nombre entier de ces longueurs d'onde.

La possibilité de faire varier dans de larges limites la période T et l'intensité du champ électrique h doit donner à cette méthode une grande souplesse d'application.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur la théorie de la machine à souder par points au moyen de la décharge d'un condensateur.* Note (1) de M. **D. Genkin**, présentée par M. Joseph Bethenod.

Le procédé de soudure électrique par points met en œuvre non seulement la chaleur dégagée par le passage du courant dans la résistance de contact, mais

(4) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1141.

(1) Séance du 31 janvier 1944

également la diffusion des particules métalliques à travers la surface de contact soumise à une forte pression. En faisant croître la température et la pression, il est possible de réaliser la soudure en un temps très court, de l'ordre de quelques centièmes de seconde et même moins.

Étant donnés la rapidité d'exécution d'un point de soudure et le nombre relativement petit de soudures par unité de temps, le régime permanent n'a pas le temps de s'établir. On a affaire en définitif à un régime transitoire d'un circuit dans lequel la résistance des conducteurs et la perméabilité du noyau magnétique ne restent pas constantes. Dans les applications pratiques, il semble cependant possible d'établir une solution suffisamment approchée en prenant pour les résistances des circuits et la perméabilité magnétique du noyau les valeurs moyennes dans l'intervalle de la soudure.

Dans une machine à souder au moyen de la décharge d'une capacité, le circuit primaire contient une batterie de condensateurs et le primaire d'un transformateur abaisseur de tension, tandis que le circuit secondaire comprend le secondaire du transformateur et les connexions d'amenée de courant au point de soudure.

Les équations correspondantes sont :

$$V_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt},$$

$$O = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt},$$

$$i_1 = -C \frac{dV_1}{dt},$$

où R_1, R_2, L_1, L_2 sont des quantités relatives respectivement aux circuits primaire et secondaire considérés dans leur ensemble, et supposées constantes, M étant le coefficient d'induction mutuelle et V_1 la différence de potentiel aux bornes de la batterie.

L'équation caractéristique correspondante est du 3e degré, et dans le cas présent elle admet une racine réelle et deux racines imaginaires conjuguées.

Si V_0 est la valeur de V_1 au temps $t = 0$, les expressions approchées des courants, en négligeant les termes d'ordre secondaire, seront :

$$i_1 = -\frac{V_0 R_2^3 M^2 C^2}{L_4^2} e^{-\alpha t} + \frac{L_2 V_0}{(L_1 L_2 - M^2)\omega} e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi);$$

$$i_2 = \frac{V_0 R_2 MC}{L_2^2} e^{-\alpha t} - \frac{M V_0}{(L_1 L_2 - M^2)\omega} e^{-\delta t} \sin(\omega t + \psi),$$

avec

$$\alpha = -\frac{R^2 L_2^2}{L_2^3 - R_2^2 M^2 C},$$

et

$$\delta = -\frac{L_2^2(R_1 L_2^2 + R_2 M^2) - R_2^2 M^2 C(R_1 L_2 + R_2 L_1)}{(L_1 L_2 - M^2)(L_2^3 - R_2^2 M^2 C)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{L_2^3 - R_2^2 M^2 C}{L_2^2 C(L_1 L_2 - M^2)} - \delta^2} \simeq \sqrt{\frac{L^2}{C(L_1 L_2 - M^2)}}.$$

Ces expressions approchées ne peuvent s'appliquer avec une exactitude suffisante que dans un domaine où la résistance primaire est faible, ainsi que le produit $R_2^2 M^2 C$. Dans le cas assez rare où les fuites magnétiques deviennent négligeables, les expressions se simplifient considérablement et l'on obtient

$$\alpha = \frac{a R_2}{M}, \qquad \delta = \frac{R}{2L} \qquad \text{et} \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{CL}},$$

avec $R = R_1 + a^2 R_2$, et $L = l_1 + a^2 l_2$, l_1 étant le coefficient de self-induction de fuites primaires et l_2 le coefficient de self-induction de fuites secondaires.

Les expressions approchées précédentes ont été vérifiées sur un exemple numérique, en les comparant aux résultats de calcul direct par approximations successives de l'équation du 3e degré.

En faisant varier M de 10^{-4} à 10^{-6} Henry, et en laissant tous les autres coefficients constants, on constate les écarts maxima suivants : pour δ, 0,3 % ; pour α, 1,2 % ; pour ω, 0,9 % ; pour les coefficients des termes pseudo-périodiques : courant primaire, 2,7 % ; courant secondaire, 17 %.

Sur les courbes révélées à l'oscilloscope, on constate, à cause de la petitesse du terme apériodique, que la période du terme pseudo-périodique varie sensiblement comme la racine carrée de la capacité de la batterie. Les écarts constatés ne dépassent pas 8 %.

L'examen des courbes révélées à l'oscilloscope montre en outre une concordance des résultats des calculs et des essais de l'ordre de 25 %. Étant donnée l'incertitude sur les constantes des circuits et les erreurs de mesure dans des essais dont la précision atteint au maximum 15 %, la concordance des essais et des calculs peut être considérée comme satisfaisante.

OPTIQUE. — *Étude de l'éclairement au centre de la tache de diffraction pour les différentes aberrations géométriques.* Note [1] de M. **André Maréchal**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous avons montré [2] que l'éclairement e en un point C voisin du centre de la tache de diffraction (en prenant pour unité l'éclairement produit en l'absence d'aberrations au centre de la sphère d'onde) peut se calculer approximativement par la relation

$$e \geqq \left(1 - \frac{2\pi^2}{\lambda^2} E_0\right)^2,$$

où E_0 est l'écart quadratique moyen entre la surface d'onde Σ et une sphère convenable de centre C, à condition que Σ ne s'écarte pas de plus de $\lambda/4$ de part et d'autre de cette sphère. Nous nous sommes proposé de rechercher la

---

(1) Séance du 28 février 1944.

(2) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 345.

position du foyer pour les différentes aberrations géométriques et de déterminer l'aberration que l'on peut tolérer pour que l'éclairement central reste supérieur à une valeur déterminée. La règle de lord Rayleigh conduisant à des éclairements variables de 0,73 à 0,86, on peut chercher à obtenir $e \simeq 0,80$, ce qui conduit à écrire $E_0 \simeq \lambda^2/180$. *Nous admettrons donc qu'un instrument est bien corrigé si le carré de l'écart quadratique moyen entre la surface d'onde et la sphère focale moyenne ne dépasse pas* $\lambda^2/180$.

Si les angles d'ouverture sont notables, l'énergie n'est pas uniformément répartie sur la surface d'onde; afin de pouvoir appliquer les résultats précédents, nous nous limiterons au cas où ces angles sont petits.

Les conditions ainsi déterminées conduisent aux résultats suivants (³) :

Aberration de sphéricité. — 1° *Aberration du* 3ᵉ *ordre.* — Le foyer de l'onde est au milieu de la nappe sagittale de la caustique et l'aberration longitudinale tolérable est égale à $4\lambda/\alpha_m^2$ (α_m étant le demi-angle d'ouverture image). La règle de lord Rayleigh conduit au même résultat.

2° *Aberration repliée.* — Si l'on admet que le terme du 5ᵉ ordre ne dépend pas de la hauteur de la zone de correction et si l'on néglige les termes d'ordre supérieur, on trouve que l'éclairement focal maximum est obtenu en corrigeant le système pour la zone marginale et que le foyer de l'onde est alors situé aux 4/5ᵉ de la caustique à partir du foyer paraxial.

Conrady a calculé l'éclairement au point situé aux 3/4 de la caustique, où la variation de chemin optique est minimum; si la différence de marche est de $\lambda/4$, l'éclairement obtenu est de 0,73; au foyer de l'onde la règle de lord Rayleigh n'est plus respectée, puisque la différence de marche atteint $0,4\,\lambda$; cependant l'éclairement est supérieur à 0,787 : une intégration numérique conduit en effet à la valeur 0,796.

L'aberration longitudinale tolérable est égale à $\sqrt{35}\,(\lambda/\alpha_m^2)$ (la règle de lord Rayleigh conduit à $6\lambda/\alpha_m^2$).

Coma. — Lorsque le rapport de convergence $g = u \sin\alpha/n' \sin\alpha'$ ne reste pas constamment égal au grandissement paraxial y'/y la coma apparaît. On montre que le chemin optique aberrant est alors égal à $n'\Delta = (ny\sin\alpha - n'y'\sin\alpha')\cos\varphi$ où φ est l'azimut du point de la pupille utilisé.

Coma du 3ᵉ *ordre.* — Δ est proportionnel à $n'^3\cos\varphi$ et la tache d'aberration prend la forme d'aigrette. Le foyer de l'ordre est aux 2/9 de l'étendue totale de l'aigrette, à partir du foyer paraxial [résultat déjà trouvé par Conrady et Martin (⁴) à l'aide d'intégrations numériques]. Pour satisfaire à la tolérance générale la variation relative du rapport de convergence doit être inférieure à $\sqrt{0,4}\,(\lambda/y'\alpha'_m)$.

(³) Voir le détail des calculs dans les *Cahiers de Physique*, n° 25, 1944 (réunion de l'Institut d'Optique).

(⁴) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **79**, 1919, p. 575; **82**, 1922, p. 310.

Coma repliée. — On trouve que la condition des sinus doit être satisfaite pour une zone de rayon $h_0 = \sqrt{1,2}\, h_m$, et la variation relative maximum de g doit être inférieure à $0,93\,\lambda/\alpha'_m$.

ASTIGMATISME ET COURBURE DE CHAMP. — Si t et s sont les abscisses des focales par rapport au plan de mise au point, on peut exprimer les tolérances sous la forme

$$(t+s)^2 + 2(t-s)^2 \leqq \frac{\lambda^2}{\alpha_m^4};$$

si $t+s=0$, on doit avoir

$$|t-s| \leqq \frac{\lambda}{\sqrt{2}\,\alpha_m^2},$$

la règle de lord Rayleigh donnerait

$$|t-s| \leqq \frac{\lambda}{2\alpha_m^2}.$$

CAS GÉNÉRAL. — Ces diverses aberrations sont présentes simultanément. Soient P le foyer paraxial, F_1, F_2, F_3, F_4 les foyers obtenus respectivement en présence d'aberration de sphéricité (comprenant des termes d'ordre quelconque), de coma du 3e ordre, de courbure de champ et d'astigmatisme, ces diverses aberrations étant prises séparément, E_{01}, E_{02}, E_{03}, E_{04} les carrés moyens minimums correspondants.

Le calcul montre que si l'on superpose ces aberrations, la position du foyer est définie par l'égalité vectorielle

$$\overrightarrow{PF} = \sum_{i=1}^{i=4} \overrightarrow{P_i F_i}$$

et le carré moyen minimum, obtenu en F, est égal à $E_0 = \Sigma E_{0i}$.

La règle de correction s'écrira donc

$$\sum E_{0i} \leqq \frac{\lambda^2}{180}$$

(en remarquant que le terme E_{03} relatif à la courbure de champ est nul).

On peut mettre ceci sous une forme plus commode, où l'on peut tenir compte de la courbure de champ, dans le cas où l'on met au point dans le plan du meilleur foyer au centre du champ de l'instrument : si L_m est l'aberration de sphéricité longitudinale, tolérable lorsqu'elle est seule, $\delta y'_m$, $(t+s)_m$, $(t-s)_m$ les quantités correspondantes pour la coma, la courbure de champ et l'astigmatisme, L, $\delta' y'$, $t+s$, $t-s$ les valeurs effectives des aberrations, on peut écrire

$$\left(\frac{L}{L_m}\right)^2 + \left(\frac{\delta y'}{\delta y'_m}\right)^2 + \left(\frac{t-s}{(t-s)_m}\right)^2 + \left(\frac{t+s}{(t+s)_m}\right)^2 \leqq 1.$$

SPECTROSCOPIE. — *Raie transaurorale* 2972 Å ($^3P_1 - {}^1S_0$) *de l'atome neutre d'oxygène.* Note [1] de M. **Louis Herman** et Mme **Renée Herman**, présentée par M. Charles Fabry.

On sait, depuis le travail de Frerichs [2], que l'atome neutre d'oxygène possède deux niveaux métastables $^1D_2$ et $^1S_0$, situés respectivement à 1,957 volt et 4,168 volts au-dessus de ^3P. Des transitions interdites entre ces niveaux et le niveau fondamental ont été effectivement observées aussi bien au laboratoire que dans l'émission de la haute atmosphère [3]. La raie verte ($^1D_2 - {}^1S_0$) a été mesurée d'abord par Babcock dans le rayonnement du ciel nocturne [4], puis au laboratoire par Mc Lennan et ses collaborateurs [5]. Sa longueur d'onde peut être considérée comme bien déterminée, à moins de 1/100 d'angström près et égale à 5577,34 Å. Il n'en est pas de même pour les raies rouges 6300 Å ($^3P_2 - {}^1D_2$) et 6364 Å ($^3P_1 - {}^1D_2$), généralement plus faibles que la raie verte. La raie ($^3P_2 - {}^1D_2$) a d'abord été observée au laboratoire par Paschen, qui a trouvé la longueur d'onde 6300,03 Å [6]. Peu après Hopfield a trouvé, dans les mêmes conditions expérimentales, la valeur 6300,23 Å [7]. Plus tard Vegard et Harang, par une étude interférentielle faite sur les aurores, ont trouvé deux valeurs différentes, 6300,309 Å à Tromsö et 6300,286 Å à Oslo [8]. On voit que les écarts entre toutes ces mesures sont assez notables. Pour la raie ($^3P_1 - {}^1D_2$), plus faible que 6300 Å, Paschen a trouvé la longueur d'onde 6364,07 Å et Hopfield 6363,88 Å. La raie ($^3P_0 - {}^1D_2$), bien plus faible encore, n'a jamais été observée au laboratoire.

On voit ainsi que le niveau $^1S_0$ est bien déterminé par rapport au niveau $^1D_2$; par contre les écarts entre ces niveaux et l'état fondamental $^3P_{2,1,0}$ sont connus avec peu de précision. La probabilité d'émission spontanée étant bien plus grande pour la raie transaurorale 2972 Å ($^3P_1 - {}^1S_0$), nous avons cherché à mesurer avec précision sa longueur d'onde au laboratoire, en l'excitant dans un mélange d'argon et d'oxygène.

L'appareil à décharge que nous avons utilisé est un tube en *pyrex* de 20^mm^ de diamètre intérieur et de 50^cm^ de long; les électrodes en cuivre sont fixées aux deux extrémités dans des tubulures latérales. En photographiant le tube *en bout*, on utilisait la partie centrale de la décharge. Une fenêtre en quartz

---

(1) Séance du 28 février 1944.
(2) *Phys. Review*, 36, 1930, p. 398.
(3) J. Dufay, J. Cabannes et J. Gauzit, *Bull. Soc. Astr. de France*, 56, 1942, p. 149.
(4) H. D. Babcock. *Astrophys. Journ.*, 57, 1923, p. 209.
(5) J. C. Mc Lennan et J. H. Mc Leod, *Proc. Royal Soc. London*, A, 115, 1929, p. 515.
(6) *Zeits. für Physik*, 65, 1930, p. 1.
(7) *Phys. Rev.*, 37, 1931, p. 160.
(8) *Geofysiske Publikasjoner*, 11, xv, 1937.

fondu, fixée à une extrémité du tube, permettait d'atteindre la partie ultraviolette du spectre. Deux tubulures soudées à l'appareil contiennent de l'anhydride phosphorique et du permanganate de potassium. Après avoir été vidé puis rempli d'argon commercial sous une pression de 10^{mm} de mercure, le tube était séparé de la canalisation. On procédait alors à la purification de l'argon en faisant passer une décharge condensée entre les deux électrodes de magnésium d'un voyant qui communique avec l'appareil. Les impuretés contenues dans l'argon étaient ainsi éliminées par combinaison avec les vapeurs de magnésium. Lorsque la décharge directe fournissait un spectre d'argon pur, on ajoutait une petite quantité d'oxygène en décomposant avec précaution, sous l'action de la chaleur, un peu de permanganate de potassium. Si l'on constatait à nouveau la présence d'impuretés dans le mélange obtenu, on pouvait recommencer la purification comme précédemment.

Lorsque la pression partielle de l'oxygène est faible et que le courant qui passe dans le tube est de faible intensité, on constate un renforcement considérable des raies interdites de l'oxygène par rapport aux spectres d'arc OI et AI. Dans ces conditions, la raie transaurorale 2972 Å ($^3P_1 - {}^1S_0$) apparaît avec une intensité telle qu'elle est déjà visible dans un spectre pris sur plaque *Éclair* Guilleminot, avec un temps de pose de 1 minute, à l'aide d'un spectrographe à optique de quartz, d'ouverture relative $f/30$. A notre connaissance elle n'a été observée, jusqu'ici, qu'avec une faible intensité ou elle était masquée par d'autres radiations.

Pour mesurer avec précision la longueur d'onde de cette raie, nous avons superposé au spectre dû au mélange d'argon et d'oxygène un spectre d'étincelle du fer. Huit clichés ainsi obtenus ont été enregistrés au microphotomètre de Moll. On obtient finalement pour cette raie la longueur d'onde 2972,25 Å ± 0,01 Å.

Cette valeur plus précise de la longueur d'onde de la raie transaurorale [9] permet de calculer la longueur d'onde de la raie rouge ($^3P_1 - {}^1D_2$). La valeur 6363,60 Å ainsi trouvée, en admettant pour la raie verte la longueur d'onde 5577,34 Å, conduit à un rapprochement des niveaux $^3P_2$ et $^3P_1$. La distance entre ces derniers dépend évidemment de la valeur admise pour la raie ($^3P_2 - {}^1D_2$). Avec la valeur 6300,23 Å de Hopfield, cette distance se réduit à 158,0 cm^{-1}, valeur très voisine de 158,13 cm^{-1}, trouvée à partir des raies ultraviolettes [7]. Avec les deux valeurs de Vegard et Harang, on trouve 157,8 et 157,9 cm^{-1}, un peu inférieure à la valeur 158,2 cm^{-1} trouvée primitivement par Hopfield.

---

(9) Mc Lennan (*Transactions of the Royal Canadian Institute*, 19, 1932, p. 21) avait déjà signalé l'existence de cette raie. Plus récemment, G. K. Emeleus, R. H. Sloane et E. B. Cathcart (*Proc. Phys. Soc.*, 51, 1939, p. 978) ont trouvé la longueur d'onde 2972,3 Å ± 0,15 Å.

La grande intensité de la raie 2972 Å rend possible, par l'emploi d'une méthode interférentielle, une détermination plus précise encore de sa longueur d'onde.

RADIOACTIVITÉ. — *La production d'eau oxygénée dans l'eau irradiée par les rayons* X. Note (¹) de MM. **Paul Bonét-Maury** et **Marcel Frilley**, présentée par M. Frédéric Joliot.

On sait depuis longtemps (²) que les rayonnements ionisants décomposent l'eau avec production d'eau oxygénée, d'hydrogène et d'oxygène. Le mécanisme de cette décomposition a fait l'objet de nombreux travaux et plusieurs explications en ont été données (³). Nous nous sommes proposé de déterminer expérimentalement le rapport entre la quantité d'eau oxygénée produite, dans des conditions définies (⁴), et l'énergie abandonnée dans l'eau par les rayons X.

Les rayonnements utilisés sont produits par un tube démontable fonctionnant sous tension constante de 33,5 kV avec anticathode de Mo ou de Cu. Le rayonnement de l'anticathode de Mo comprend les raies K (0,7 Å) auxquelles se superpose un fond continu. Celui de l'anticathode de Cu peut être considéré comme constitué exclusivement par les raies $K\alpha$ (1,5 Å).

L'eau est irradiée dans une cuve de verre cylindrique de 3^{cm} de diamètre, sous une épaisseur de $4^{mm},3$, correspondant à un volume total de 3^{cm^3}. Dans ces conditions le rayonnement de l'anode de Mo se comporte, au point de vue de l'absorption, comme ayant une longueur d'onde efficace de 0,95 Å et un coefficient d'absorption moyen de 3,5 cm^{-1}. Le rayonnement du Cu est sensiblement monochromatique; son coefficient d'absorption est égal à 12 cm^{-1}. Il est totalement absorbé dans l'eau irradiée.

La quantité d'énergie absorbée par la préparation, exprimée en paires d'ions par centimètre cube, se calcule par la formule (⁵)

$$N = \frac{D_0(1 - e^{-\mu x})}{\mu x}\, 1{,}6 . 10^{12}$$

(N, nombre de paires d'ions par centimètre cube; D_0, dose en unités *r* à la surface de l'eau (⁶); μ, coefficient d'absorption du rayonnement dans l'eau; x, épaisseur d'eau irradiée en centimètres).

(¹) Séance du 10 janvier 1944.

(²) Debierne, *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 703; M. Curie, *Radioactivité*, Paris, 1934.

(³) Fricke, *J. of Chem. Phys.*, 2, 1939, p. 349; Nurnberger, *J. Phys. Chem.*, 41, 1937, p. 431; Lind et Lanning, *ibid.*, 42, 1938, p. 1229; Latarjet, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 73; Loiseleur, Latarjet et Mlle Callot, *ibid.*, 213, 1941, p. 730.

(⁴) La concentration en H^2O^2 peut varier avec le pH (au-dessus de pH 8) et avec la concentration en oxygène dissous, lorsque celle-ci est très inférieure à sa valeur normale (Fricke, *J. Chem. Phys.*, 2, 1934, p. 556).

(⁵) Bonét-Maury, dans *Les Ultravirus des maladies animales* (Levaditi, Lépine et Verge, Paris, 1943, p. 195).

(⁶) Mesurée au moyen de la chambre absolue de Rogozinski (*J. de Radiol.*, 19, n° 12, 1935, p. 693).

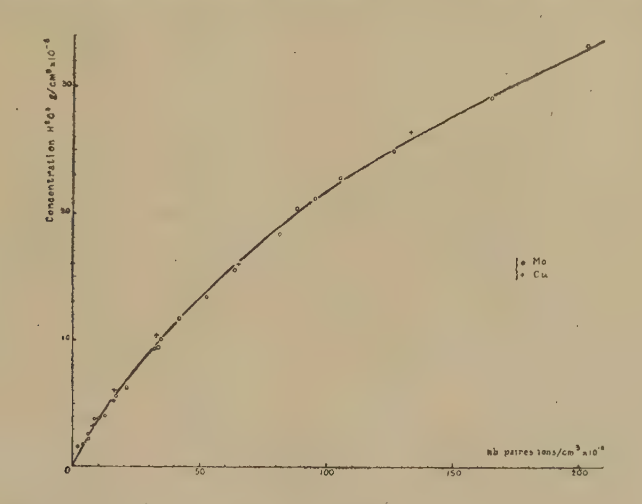
Dans le cas du rayonnement du Cu, totalement absorbé, la formule se réduit à

$$N = \frac{D_0}{\mu x} 1,6.10^{12}.$$

L'eau oxygénée a été titrée, avec le photocolorimètre absolu, par la méthode au sulfate de Ti (7).

L'irradiation s'effectue sur de l'eau distillée contenant la quantité d'oxygène normalement dissoute à 18°, à la pression atmosphérique, soit environ $2,1.10^{17}$ mol. O^2/cm^3 (8), préalablement additionnée d'une goutte par centimètre cube de solution sulfurique de sulfate de Ti à 10 %.

La figure résume les résultats obtenus. La quantité d'eau oxygénée est



indépendante de la longueur d'onde et dépend seulement de N. L'expérience a montré d'autre part que, pour une dose donnée, la durée de l'irradiation ne modifie pas la quantité de H^2O^2 formée :

Dose N en paires d'ions/cm³ × 10^{16}	9,0	9,0	9,0
Temps d'irradiation en min.	2	10	50
H^2O^2 formée en g/cm³ × 10^{-6}	1,60	1,55	1,60

La production d'eau oxygénée est donc liée de façon précise, dans les conditions indiquées, à l'énergie totale absorbée, et cette réaction permet de doser, par une méthode photocolorimétrique, l'énergie totale cédée par un rayonnement au cours d'une irradiation. Or cette énergie est identique à celle absorbée, sous une même épaisseur, par les tissus biologiques (tissus osseux exceptés). Les méthodes habituelles de dosage, par contre, utilisent des mesures d'ioni-

---

(7) Bonét-Maury, *C. R. Soc. Biol.*, **135**, 1941, p. 197; *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 117.

(8) Titrée par la méthode de Winckler, cette quantité correspond à 11mg par litre d'eau, saturée d'oxygène par barbotage prolongé d'air.

sation dans l'air d'où l'on ne peut déduire l'énergie réellement absorbée dans le milieu irradié que si l'on connaît le coefficient d'absorption moyen du rayonnement. Mais, celui-ci n'étant généralement pas monochromatique, ce coefficient varie suivant l'épaisseur de la préparation.

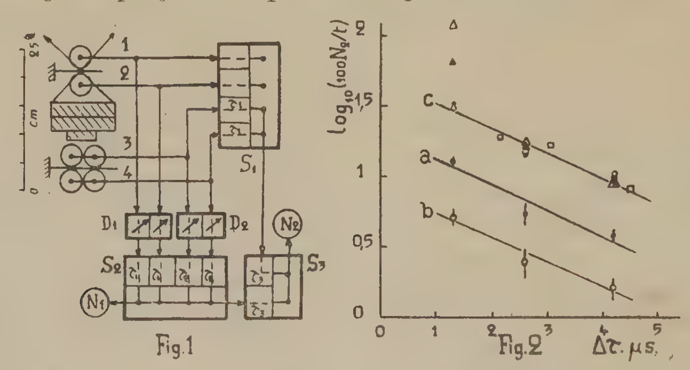
La formation d'eau oxygénée par des rayonnements dont les propriétés ont été étudiées d'une façon précise ayant fourni un étalonnage de ce test et prouvé son indépendance vis-à-vis de la qualité du rayonnement, on peut l'utiliser pour le *dosage de l'énergie absorbée, quelle que soit la nature des rayonnements ionisants :* rayons X, rayons α, deutons, neutrons etc. [9].

La précision du dosage est de l'ordre de 5 %.

RAYONS COSMIQUES. — *Nouvelle mesure directe de la vie moyenne du méson au repos.* Note de MM. **Robert Chaminade**, **André Fréon** et **Roland Maze**, présentée par M. Frédéric Joliot.

I. On a montré précédemment la possibilité d'une mesure directe de la vie moyenne du méson au repos, indépendante de la valeur de sa masse [1], puis on a indiqué une première valeur de cette vie moyenne [2]. On trouvera ici les résultats d'une nouvelle série d'expériences, entreprises dans le but de préciser la valeur du fond de la mesure limitant la précision du résultat précédent.

II. Le montage employé est représenté figure 1. Il a été modifié de façon à



accroître la vitesse du comptage et à diminuer le nombre des coïncidences fortuites formant une partie du fond de la mesure précédente. La désintégration des mésons se produit dans un écran de fer de 7^{cm} d'épaisseur au-dessous duquel sont disposés 4 compteurs de Geiger, 2 à 2 en parallèle (compteurs 3

(9) L'un de nous a vérifié par ailleurs que les rayons α du Po et du Rn produisent, à énergie absorbée égale, la même quantité d'eau oxygénée que les rayons X (travail en cours de P. Bonét-Maury).

(1) Auger et Maze, *Comptes rendus*, 213, 1941, pp. 381-383.

(2) Maze et Chaminade, *Comptes rendus*, 214, 1942, pp. 266-269.

et 4). Le sélecteur S_1 fournit les coïncidences doubles 3, 4 entre ceux-ci. Le numérateur N_1 donne le nombre des coïncidences quadruples 1, 2, 3, 4 du sélecteur S_2. Les coïncidences doubles (3, 4), (1, 2, 3, 4) de S_2' sont fournies par le numérateur N_2 (coïncidences sélectionnées).

Le principe de la mesure est le même que celui décrit précédemment [2]. On a opéré avec trois retards relatifs $\Delta\tau$ des décaleurs de chocs D_1 par rapport aux décaleurs D_2, ceci avec et sans écran. Les résultats correspondants sont résumés dans le tableau ci-dessous :

	$\Delta\tau$ (μ sec.).	Écran. Fe.	t (heures).	N_1.	N_2.	$100\,N_1/t$.	$100\,N_2/t$.
1.......	1,3	7^{cm}	1574	503	205	32 ±1,4	13 ±0,9
2.......	2,6	7	547	49	30	9 ±1,3	5,5 ±1
3.......	4,16	7	2205	99	85	4,5±0,5	3,85±0,4
4.......	1,3	–	828	211	44	25,6±1,7	5,3 ±0,8
5.......	2,6	–	684	26	17	3,8+0,7	2,5 ±0,6
6.......	4,16	–	1726,5	35	28	2,0±0,3	1,6 ±0,3

Les pouvoirs de résolution τ_1, τ_2, τ_3 (voir *fig.* 1) sont respectivement égaux à 1,5, 4,5 et 10 μ sec. L'étude à l'oscillographe cathodique des conditions de coïncidence du sélecteur S_2 a montré que l'on enregistrait dans chaque cas les électrons de désintégration dont les retards étaient compris dans une bande de 3 μ sec. de largeur, le retard minimum enregistré correspondant à $\Delta\tau$. On obtient donc les retards compris dans les trois bandes suivantes : 1,3 à 4,3, 2,6 à 5,6 et 4,15 à 7,15 μ sec.

III. On a porté, figure 2, les valeurs de $\mathrm{Log}_{10}(100\,N_2/t)$ avec et sans écran, en fonction des retards $\Delta\tau$. Ce sont les deux courbes sensiblement rectilignes *a* et *b*. Les résultats expérimentaux (points et cercles) sont portés avec leur erreur probable. Comme on s'est assuré, par des mesures complémentaires, que le nombre de coïncidences parasites, dues aux retards accidentels dans les compteurs et aux coïncidences fortuites, pouvait être négligé, le fait que les deux droites *a* et *b* ont la même pente permet de conclure que le nombre N_2 de coïncidences sélectionnées sans écran (fond de la mesure) doit être dû lui aussi à des mésons désintégrés, soit dans la partie inférieure de la coque du compteur 2, soit dans la partie supérieure des coques des compteurs 3 ou dans l'air ambiant.

On a fait coïncider par translation les deux courbes obtenant ainsi la droite *C* sur laquelle on a également amené par translation les autres résultats expérimentaux : coïncidences non sélectionnées N_1 sans et avec écran de fer (triangles et triangles pleins) ainsi que les mesures avec écran d'aluminium publiées précédemment. L'accord est satisfaisant, exception faite des deux premières valeurs de N_1 pour $\Delta\tau = 1,3$ μ sec., ce qui permet de juger de l'utilité du système de sélection supplémentaire adopté, qui élimine l'effet des fluctuations accidentelles des chocs dans les compteurs, particulièrement sensible pour les faibles retards.

IV. La pente de cette droite C résultant de l'ensemble des mesures expérimentales conduit à la valeur $\tau_0 = 2,2 + 0,2$ μ sec. pour la vie moyenne au repos du méson. Celle-ci est plus élevée que la valeur obtenue précédemment par les mesures directes de Rasetti ([3]) donnant $\tau_0 = 1,5 \pm 0,4$ μ sec., la valeur de τ_0 déduite des nombres de coïncidences non sélectionnées N_1 (triangles pleins de la figure 2) est sensiblement égale à celle indiquée par Rasetti. La divergence des deux résultats est donc vraisemblablement due à l'emploi du dispositif de sélection supplémentaire qui élimine l'effet des fluctuations dans les compteurs.

Remarquons en terminant qu'il est possible qu'une partie de l'effet observé soit dû non pas à des mésons traversant les compteurs 1 et 2, dont l'électron de désintégration atteint les compteurs 3 et 4, mais à des mésons de faible énergie créés dans l'écran ou dans les coques des compteurs provenant de gerbes explosives locales. Des expériences sont entreprises pour vérifier cette hypothèse rendue plausible par les travaux récents de Janossy ([4]) et Daudin ([5]).

MÉTALLOGRAPHIE. — *Au sujet de la fragilité observée sur les solutions solides aluminium-zinc et aluminium-zinc-magnésium au cours de leur durcissement.* Note de MM. **Georges Chaudron**, **Jean Hérenguel** et **Paul Lacombe**, présentée par M. Léon Guillet.

Grogan et Pleasance ([1]) ont déjà signalé la rupture spontanée et intercristalline des solutions solides aluminium-zinc au cours d'essais de fatigue statique.

Nous nous proposons de montrer, dans cette Note, que la fragilité de cet alliage peut être observée par simple séjour à la température ordinaire en l'absence de toute tension extérieure. Ce phénomène se produit sur l'alliage trempé au cours de son durcissement (avec augmentation de la limite élastique) à la température ordinaire ([2]).

Cette fragilité intercristalline pouvait être due à la précipitation d'un constituant hors de solution au contour des grains. Une étude micrographique très poussée à l'aide d'une nouvelle méthode d'attaque micrographique par oxydation anodique ([3]), que nous décrirons dans une publication plus étendue, ne permet pas de déceler la moindre trace de précipité, quelle que soit la durée du vieillissement à la température ordinaire. Mais nous avons constaté, sur le métal poli électrolytiquement, la naissance progressive de fissures inter-

---

([3]) *Phys. Rev.*, 60, 1941, pp. 198-204.

([4]) *Proc. Roy. Soc.*, A, 182, 1943, pp. 180-186.

([5]) *Comptes rendus*, 18, 1944, p. 275.

([1]) *Inst. of Metals*, 64, 1939, p. 57.

([2]) J. Hérenguel et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 687.

([3]) P. Lacombe, *Thèse*, Paris, 1943.

cristallines avec apparition de lignes de glissement sur chaque cristal (voir *fig.* 1). Ces lignes de glissement décèlent l'existence de tensions internes au fur

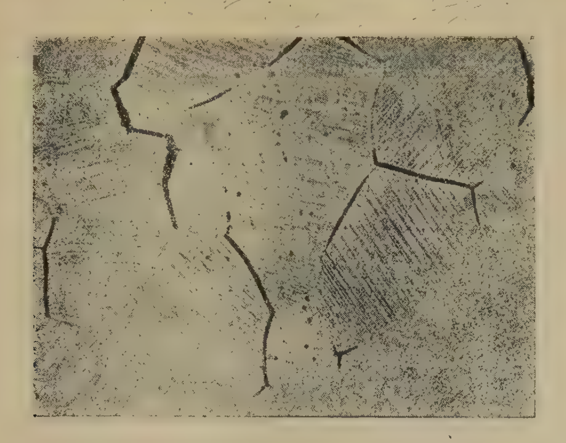


Fig. 1. — Fissuration avec apparition de lignes de glissement à la surface d'un alliage Al-Zn à 12 %, vieilli 2 mois à l'air à 20°. G. = 100.

et à mesure que s'établit le durcissement du métal. De plus l'examen de ces fissures montre que la grande majorité d'entre elles a comme point de départ la surface externe de l'alliage (*fig.* 2). Nous avons donc pensé que l'air ou



Fig. 2. — Aspect de la fissuration sur la section du même alliage vieilli 2 mois à l'air à 20°. G. = 50.

l'humidité de l'air pouvaient jouer un rôle; en effet, le vieillissement à l'abri de l'air (sous vide) se fait sans apparition de fissures. Mais, si l'on fait l'essai de traction sur un tel métal, on voit apparaître, en dehors de la cassure des éprouvettes, des décollements intercristallins très nets qui sont tout à fait analogues aux fissures observées sur l'alliage vieilli à l'air. Cette observation

très importante montre que la décohésion intercristalline provoquée par le durcissement est *révélée*, soit par l'application d'une tension extérieure, soit par l'action corrosive intergranulaire de l'oxygène ou de l'humidité.

Traitement thermique.	R.	A %.	Δ_B.
1. Une minute après trempe à l'eau..........	22	23	40
2. Vieilli un mois à l'air à la température ordinaire..............................	42,1	12,5	149
3. Vieilli deux mois à l'air à la température ordinaire..............................	33-40,6	3-7	150
4. Vieilli deux mois sous vide à la température ordinaire..............................	41-40,5	4-5	150
5. Vieilli un mois à l'air à 20°, puis trempé à nouveau à 20° après homogénéisation à 450°.	18	15	40
6. Vieilli deux mois sous vide puis trempé à nouveau à 20° après homogénéisation à 450°....	22	22	40

Dans le tableau, nous avons indiqué la variation des propriétés mécaniques à la suite des différents traitements subis par un alliage à 12 % de zinc et 1 % de magnésium. Nous voyons, en particulier, qu'il n'est pas possible de régénérer par un nouveau traitement de trempe, l'alliage durci et fissuré (traitement n° 5). Seule la dureté initiale de l'état trempé est retrouvée. Par contre l'alliage vieilli sous vide est régénéré complètement par trempe (traitement n° 6). Ceci différentie nettement la décohésion qui est le phénomène principal de la corrosion fissurante qui en est une conséquence.

Nous avons reconnu que c'est le même phénomène de décohésion qui donne une grande fragilité aux solutions solides ternaires Al-Mg-Zn à teneurs élevées en magnésium et en zinc et dont nous avons donné les compositions limites [4].

CHIMIE MINÉRALE. — *Influence du* pH *sur la composition et l'aspect physique des molybdates de lithium.* Note de M. **Henri Guiter**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons entrepris l'étude des molybdates de lithium en appliquant la méthode de préparation déjà décrite antérieurement par nous [1], et qui consiste à caractériser les différents sels susceptibles de cristalliser lorsqu'on fait varier le pH de leur solution aqueuse. Nous avons opéré tantôt en milieu chlorhydrique, tantôt en milieu acétique. La courbe de neutralisation obtenue en milieu chlorhydrique en portant les pH en ordonnées et les centimètres cubes d'acide chlorhydrique en abscisses, rappelle celle du molybdate de sodium;

---

[4] J. Héhenguel et G. Chaudron, *Métaux et Corrosion. Usure*, juillet-août 1941, n° **192**, p. 49.

[1] *Comptes rendus*, **216**, 1943, pp. 587 et 796.

on y trouve deux points d'inflexion à tangente verticale, l'un correspondant au molybdate normal MoO^3Li^2O entre pH 6,5 et pH 11,2, l'autre au tétramolybdate $4MoO^3$, Li^2O entre pH 1,5 et pH 4,8. En opérant en milieu acétique, la courbe de neutralisation présente un seul point d'inflexion relatif au molybdate normal, ainsi qu'il a été reconnu pour le sel de sodium. Il résulte de ce fait que la méthode de dosage volumétrique des molybdates par l'emploi de deux indicateurs peut être utilisée en présence d'ions lithium aussi bien qu'en présence d'ions sodium.

Nous donnerons maintenant les conditions d'opération des différents composés définis que nous avons pu isoler et analyser :

1° *En présence d'ions chlorhydriques.* — *a.* De pH —0,7 à 0 et de pH 0,2 à 5,6, nous obtenons en trois à quatre mois le paramolybdate $7MoO^3 3Li^2O$, $22H^2O$. Ce sel, soluble dans l'eau et l'alcool, insoluble dans l'éther, offre un optimum de cristallisation de pH 3 à 5,6 : il se présente en cristaux blancs agglomérés, rappelant les concrétions calcaires. De pH 0,5 à 3, il revêt l'aspect d'une poudre cristalline blanche, et, au-dessous de pH 0,5, cette poudre bleuit sous l'effet de réductions partielles.

b. Dans l'essai de pH 0,1, il apparaît en trois mois des cristaux vert clair d'acide molybdique MoO^3, H^2O. Séparés de l'eau mère, ces cristaux sont devenus opaques, et celle-ci a abandonné de nouveau en 12 mois une pâte d'un vert très clair constituée encore par de l'acide molybdique. L'existence de ce point singulier d'apparition d'acide molybdique, au milieu d'une zone de pH où se forme le paramolybdate, est remarquable.

c. De pH 0,3 à 2, le tétramolybdate $4MoO^3$ Li^2O, $7H^2O$ se dépose. C'est un produit blanc, soluble dans l'eau et l'alcool, insoluble dans l'éther. Au-dessus de pH 1, on constate un optimum de cristallisation et le sel apparaît en aiguilles incolores, s'effleurissant à l'air, rappelant le tétramolybdate de sodium. Pour des pH plus faibles, les cristaux, beaucoup plus petits, forment une masse pâteuse blanche bleuissant sous l'action de la lumière. L'eau mère, d'où le tétramolybdate a été extrait, fournit ultérieurement du paramolybdate. Ce sel n'avait pas été caractérisé jusqu'ici.

2° *En présence d'ions acétiques.* — *a.* De pH 2,8 à 3,4, il apparaît en deux à trois semaines une poudre cristalline blanche, soluble dans l'alcool, insoluble dans l'éther. C'est le trimolybdate $3MoO^3$, Li^2O, $7H^2O$, qui n'avait pas été décrit. Il est assez peu soluble dans l'eau et l'acide acétique et sa cristallisation est relativement rapide.

b. De pH 3,4 à 11, il se dépose après plus d'un an des cristaux blancs agglomérés, d'aspect identique à celui du paramolybdate décrit en milieu chlorhydrique au-dessus de pH 3, dans ses conditions optima de cristallisation. C'est encore du paramolybdate $7MoO^3$, $3Li^2O$, $22H^2O$, et ce sel semble être le plus soluble des molybdates acide de sodium.

3° Entre pH 6,2 en milieu chlorhydrique ou pH 6,4 en milieu acétique, et

pH 12,4 (correspondant à l'addition de 1 à 3 mol-g LiOH à 1 mol-g MoO^4Li^2), apparaît en un laps de temps de 4 mois à 1 an le molybdate normal MoO^3, Li^2O anhydre. Ce sel n'est donc pas isomorphe du molybdate normal de sodium. En milieu légèrement acétique de pH 6,4 à 11, le molybdate normal cristallise avant le paramolybdate. Il est constitué par des cristaux légèrement jaunes, très durs. Les dimensions de ces cristaux passent par un maximum (de l'ordre de 1^{cm}) pour pH 11,9.

4° A partir de pH 12,5 (avec des additions de 1,6 à 4,8 mol-g, LiOH à 1 mol-g MoO^4Li^2), il cristallise en un an du molybdate tétralithique MoO^3, $2Li^2O$, $4H^2O$, sous la forme de tables blanches vraisemblablement tricliniques, dont les dimensions atteignent un maximum de l'ordre de 1^{cm} pour pH 13. Cet orthosel n'avait jamais été isolé, pas plus qu'aucun autre molybdate de ce type. Nous avions déjà trouvé par voie sèche un tungstate tétralithique WO^3, $2Li^2O$ (²). Il est intéressant de noter que le sel tétramétallique n'apparaît que pour le métal de moindre volume atomique.

En résumé, les molybdates de lithium s'apparentent à ceux du sodium par l'allure des courbes de neutralisation et par l'existence d'un tétramolybdate. Ils en diffèrent par la faveur accordée au paramolybdate en milieu acide et au trimolybdate en milieu fortement acétique. Le molybdate normal est anhydre, et le molybdate tétramétallique est spécifique du lithium. Trois nouveaux sels ont été caractérisés. Le pH influe toujours sur les dimensions cristallines d'un sel donné. Enfin, nous vérifions à nouveau notre observation antérieure (³) : dans les sels complexes d'une série homologue de métaux, la courbe représentant, en fonction du pH, le rapport *p* du nombre des molécules d'oxyde basique au nombre des molécules d'anhydride combinées, a une pente moyenne d'autant plus forte que le métal est de masse atomique plus faible.

CHIMIE ORGANIQUE. — *La représentation ionique des corps organiques.* Note (¹) de M. **Henri Triché**.

Il a été indiqué que le méthane est constitué par un ion C^{++++} et 4 ions H^- et que, dans l'acide cyanhydrique et les cyanures alcalins, l'ion $(CN)^-$ est de la forme $(C^{++++}N^{------})^-$ (²). Ces résultats sont confirmés par l'étude des composés $(CH^3)^2O$ et $(CH^3)^2S$ formés par un ion O^{--} ou S^{--} et des ions $(CH^3)^+$. Au moyen des parachors de ces composés, on trouve que le cube du rayon de la sphère équivalente à l'ion $(CH^3)^+$ a pour valeur 7,51 Å³. L'ion C^{++++} étant négligeable devant $3H^-$, on trouve pour le rayon de H^- 1,34 Å (valeur

(²) Carrière Guiter et Giacomini, *Bull. Soc. Chim.*, 10, 1943, p. 587.
(³) Carrière et Guiter, *Bull. Soc. Chim.*, 10, 1943, p. 259.

(¹) Séance du 28 février 1944.
(²) *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 687; 218, 1944, p. 761.

voisine de celle de Goldschmidt 1,27 Å). Aucune difficulté sérieuse ne s'élève donc pour la représentation ionique de corps organiques, lorsqu'il n'existe pas de liaison entre atomes identiques.

Pour étudier la représentation ionique d'un groupement tel que $CH^3—CH^2$, il faudrait connaître les parachors de composés tels que $(C^2H^5)^2O$ et $(C^2H^5)^2S$. Mais dans ce cas on est obligé d'admettre que ces groupements sont des ions $(C^2H^5)^+$ et ceux-ci sont peut-être différents des groupements C^2H^5 dans $CH^3—CH^2—CH^3$. Pour trouver le volume des groupements C^2H^5 ou CH^2, on peut opérer de la manière suivante. Considérons les composés $SO^4(CH^3)^2$ et $SO^4(C^2H^5)^2$; dans ceux-ci les groupements CH^3 et C^2H^5 sont des ions positifs. Nous admettons que ces composés forment une famille de corps ayant des propriétés chimiques voisines et que, par suite, le parachor de la famille est bien défini. Dans $SO^4(CH^3)^2$, CH^3 est un ion qu'on peut représenter comme dans $(CH^3)^2O$ par un ion C^{++++} et 3 ions H^-, et dans $CH^3—CH^2$ on peut écrire $(CH^3)^+CH^2$, CH^2 étant constitué par un ion C^{++} et deux ions H^-.

La valeur du rayon de la sphère équivalente à CH^2 est de 1,56 Å. On peut également calculer le rayon de CH^2 au moyen des alcools CH^3OH et CH^3CH^2OH représentés par $(CH^3)^+(OH)^-$ et $(CH^3)^+CH^2(OH)^-$. On trouve 1,61 Å. En supposant le volume de l'ion C^{++} négligeable devant le volume de deux ions H^-, on trouve pour le rayon de l'ion H^- 1,28 Å.

Le rayon de l'ion C^{++} est intermédiaire entre le rayon de l'atome 0,78 Å et celui de l'ion $C^{++++} < 0,15$ Å. En adoptant 0,4 Å, on trouve que le volume est de l'ordre de grandeur de l'erreur que l'on commet en calculant le volume de CH^2; il peut être négligé en première approximation. On remarque que les valeurs trouvées pour le rayon de CH^2 1,56 et 1,61 Å sont voisines de la distance C—C dans le diamant, ce qui prouve que les systèmes électroniques s'interpénètrent ou se déforment, ce qui caractérise les combinaisons atomiques.

Calcul du volume de $(CH^3)^-$. — D'après les considérations précédentes on est amené à considérer l'éthane comme représenté par $(CH^3)^+(CH^3)^-$. Avant toute discussion, il est donc nécessaire de calculer le volume de $(CH^3)^-$. On peut le calculer à partir des parachors des composés $HCOOCH^3$ et CH^3COOCH^3, ce dernier étant représenté par $(CH^3)^-C^{++++}O^{--}O^{--}(CH^3)^+$. On trouve que le rayon de $(CH^3)^-$ est 1,82 Å. En négligeant le volume de C^{++} devant celui des $3H^-$, on trouve que l'ion H^- a un rayon de 1,26 Å.

Représentation de l'éthane. — Puisqu'il existe des ions $(CH^3)^+$ et $(CH^3)^-$, dont les volumes sont d'ailleurs voisins, on peut représenter l'éthane par $(CH^3)^+(CH^3)^-$, le carbone étant sous la forme d'ions C^{++++} et C^{++}. A cette représentation on sera peut-être tenté d'objecter que le moment électrique est nul, mais cette objection est sans valeur, car, les ions étant très déformables, la répartition des charges est telle que le moment électrique est nul. Il semble bien que l'éthane puisse être représenté par les électromères $(CH^3)^+(CH^3)^-$,

$(CH^3)^0(CH^3)^0$; $(CH^3)^-(CH^3)^+$ avec passage facile d'une forme à l'autre. Dans la forme normale $(CH^3)^0(CH^3)^0$ le carbone serait sous la forme C^{+++}.

Conclusion. — La notion de parachor d'une famille permet le calcul du volume des ions constituant les corps organiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oscillation des groupes acyliques et les empêchements stériques dans la chimie des sucres.* Note [1] de MM. **A. Nowakowski** et **Z. Mroczkowski** [2].

Une des méthodes de synthèse des polyosides inférieurs consiste en l'association des dérivés halogénés acétylés d'un ose avec un ose acétylé, possédant un groupe hydroxyle libre. Cette méthode est très précieuse, car l'emplacement de la liaison est exactement fixé. Par la méthode de Pictet, à l'aide des sucres anhydrides, il existe au contraire plusieurs possibilités de liaison.

Nous sommes partis de l'α.1-chloro-2.3.4-triacétyl-*d*-glucose (I) et nous espérions libérer, par migration d'un groupe acétyle, le groupe hydroxyle lié au quatrième atome de carbone, car, conformément à l'expérience, le changement se produit du groupe hydroxyle secondaire au primaire. De cette façon nous espérions arriver à l'α.1-chlor-2.3.6-triacétyl-*d*-glucose (I*a*). Par combinaison de ce corps (I*a*) avec le 1-méthyl-2.3.6-triacétyl-*d*-glucose, il serait possible d'arriver à un diholoside possédant un groupe hydroxyle libre en position 4. Ce nouveau corps peut de nouveau se lier à une molécule du corps (I*a*) et former un triholoside, et ainsi de suite. Cette synthèse sûre possède une grande importance pour l'explication de la constitution de la molécule de la cellulose et de l'amidon.

Il s'est trouvé que, au cours de nos essais, ni le composé (I) ni les trois suivants, inconnus jusqu'à présent, n'ont donné lieu à une migration du groupe acétyle :

	F.	$[\alpha]_D^{18}$.
(II) β.1-benzoyl-2.3.4-triacétyl-*d*-glucose..........	178°	−67°,1
(III) β.1-*p*-chlorbenzoyl-2.3.4-triacétyl-*d*-glucose...	151	−75 ,1
(IV) β.1-benzyl-2.3.4-triacétyl-*d*-glucose..........	111	−66 ,4

Les substances (II) et (III) sont obtenues dans le toluène en présence de benzoate d'argent. La substance (IV) est obtenue, à partir de (I), par action de l'alcool benzylique et de Ag^2CO^3 en milieu toluénique. Dans les trois cas l'inversion de Walden a lieu. La substance (I), qui possède un pouvoir rotatoire de $[\alpha]_D^{20} + 188°,3$, se décompose en milieu acétone et éthanol, sans présence de NaOH comme en présence de 0,0005 *n* NaOH ou 0,0005 *n* H^2SO^4, et prend un pouvoir rotatoire final de $[\alpha]_D^{20} + 16$ jusqu'à $+ 19°$, correspondant au corps inconnu, mais décrit dans ce travail, l'α.2.3.4-triacétyl-*d*-glucose (V).

---

[1] Séance du 13 décembre 1943.

[2] Ce travail a été terminé en 1939; sa publication a été retardée par les événements.

Cette valeur du pouvoir rotatoire est atteinte après 27-50 jours, dans les conditions de réaction énoncées ci-dessus. La décomposition de (I), sans présence d'alcalis, s'accorde bien avec l'instabilité, en général, de cet acétochloroglucose. Afin d'éviter l'influence de la teneur en alcalis du verre, nous avons travaillé avec des récipients en verre d'Iéna. Déjà, lors de la préparation de l'α.1-chloro-2.3.4.*d*-glucose, nous avons établi que sa cristallisation en milieu benzène-benzine provoque une grande stabilité de la substance (I), qui, au contraire, se décompose vite après cristallisation d'un mélange de chloroforme et de benzine. Au contraire les substances (II) et (III) ne modifient pas leur pouvoir rotatoire même en présence de 0,0012 *n* NaOH, même après un temps d'action de 5 jours. Mais une concentration plus élevée en NaOH influence le pouvoir rotatoire de la substance (V). Dans le cas de la substance (IV), aucune modification du pouvoir rotatoire n'est provoquée par l'application d'une forte concentration en NaOH, ce qui est compréhensible vu la liaison résistante éthérée-glucoside du groupe benzyle.

On remarque que les substances (I) à (IV) n'ont pas participé à une oscillation, quoique la liaison très rapprochée du β.1.2.3.4-tétracétyl-*d*-glucose permette une oscillation de la position 4 en 6. On doit s'attendre à ce que les substances (I), (II) et (III) se modifient, lors des essais décrits plus haut, sous l'influence de NaOH, en α.2.3.4-triacétyl-*d*-glucose (V). En conséquence, ce corps encore inconnu fut préparé à partir de l'α.1-chloro-2.3.4-triacétyl-*d*-glucose en solution dans le méthanol et en présence de Ag^2CO^3. Il se présente, après distillation sous vide de 10^{-3} mm Hg à 120-130°, sous la forme d'une substance vitreuse, de pouvoir rotatoire $[\alpha]_D^{18} + 16°,0$.

Nous avons aussi observé que les substances (I) à (IV) ne forment aucun dérivé triphénylméthylique, même après un long chauffage, quoique celles-ci possèdent toutes des groupements hydroxyles primaires libres. On pourrait donc se figurer que, dans ces quatre substances, aucun groupe hydroxyle primaire n'est capable de réagir. En conséquence, nous avons transformé la substance (I) en 2.3.4-triacétyl-β-méthyl-*d*-glucoside, au sein de l'alcool méthylique, en présence de Ag^2CO^3 (3), qui nous donnait avec facilité le dérivé triphénylmèthylique. Nous avons donc la preuve que la matière première de nos composés, la substance (I), a possédé un groupement hydroxyle primaire libre.

Conclusions. — Ce parallélisme entre la non-oscillation du groupe acétylique et l'impossibilité de la fixation du groupe triphénylméthylique des dérivés acétylés du *d*-glucose est dû à des empêchements stériques, qui sont provoqués par la fixation du chlore ou des groupements benzoyle et benzyle sur le premier atome de carbone.

---

(3) G. Zemplen et Z. Csürös, *Ber. d. chem. Ges.*, 62, 1929, p. 993.

Ces résultats apportent une contribution nouvelle à l'étude des phénomènes qui accompagnent l'activité des différents groupes hydroxyles (primaire et secondaire) dépendant du substituant sur le premier atome de carbone.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Étude polarimétrique de l'alcoolyse sur le formiate de menthyle.* Note de MM. **Gustave Vavon** et **Joseph Ducasse**, présentée par M. Marcel Delépine.

Parmi les nombreux auteurs qui ont étudié l'alcoolyse, c'est-à-dire le remplacement de l'alcool d'un ester par un autre alcool, seuls Bruni et Contardi (1) ont fait appel au polarimètre. Ils ont opposé le menthol aux esters acétate, benzoate, oxalate et acétylacétate d'éthyle, mais cette étude s'est révélée difficile par suite de la lenteur de la réaction et n'a pu mener à des conclusions précises.

Nous avons pensé que le formiate de menthyle se prêterait à de telles recherches : les pouvoirs rotatoires moléculaires de l'ester et de l'alcool sont respectivement de $[M]_{578}-163°,40$ et $-80°,20$; en fin d'alcoolyse par un alcool inactif, la molécule de formiate ayant été remplacée par une molécule de menthol, la rotation a diminué d'environ la moitié. De plus les formiates, tant dans leur formation que dans leur saponification, se montrent beaucoup plus actifs que les autres esters [formation 11000 à 16000 fois (2) et saponification alcaline 200 fois (3) plus rapides que pour les acétates]. On pouvait espérer que l'alcoolyse serait elle-même plus rapide, assez pour être suivie à la température ordinaire. Il en est bien ainsi, à condition d'ajouter un catalyseur, ClH ou BrH.

Le mode opératoire est simple : on dissout dans l'alcool étudié le formiate $C = N/4$ et de l'acide chlorhydrique sec $C = 0,06$ N. La solution reste dans le tube polarimétrique pendant toute la durée des mesures. Des expériences préliminaires ont montré que la vitesse est sensiblement proportionnelle à la quantité de catalyseur; l'acide bromhydrique est un peu plus actif que l'acide chlorhydrique.

Cinétique de la réaction. — La quantité d'alcool étant très grande, 40 à 80^{mol} pour 1 de formiate, la réaction doit être du premier ordre. C'est ce que montre le tableau ci-dessous où figurent les lectures en centièmes de degré; les temps sont comptés à partir de l'instant où le mélange est fait. La constante est calculée en prenant comme temps 0 celui de la première mesure et comme α_∞, 434. On applique la formule $K = (1/t)\,L[(a_0 - \alpha_\infty)/(a_t - \alpha_\infty)]$ (temps en minutes, température 11°, λ 578; l 20 cm).

t.........	2.	10.	20.	40.	70.	120.	180.	240.
α_t.........	774	714	660	578	506	460	440	438
$K.10^4$.....	"	241	228	226	227	223	221	"

(1) *Gazz. Chim. Ital.*, 36, 1906, p. 356.

(2) Kailan et Rosenblatt, *Monatsh.*, 68, 1936, p. 109.

(3) Skrabal et Sperk, *Monatsh.*, 38, 1917, p. 191.

Rôle de l'eau. — L'eau à l'état de traces retarde beaucoup la réaction. Voici des mesures faites sur l'alcool éthylique absolu, rectifié deux fois sur le calcium, et sur des alcools de degrés variables, obtenus à partir du précédent par addition de solutions hydroalcooliques de titres connus (t, temps de demi-réaction en minutes).

Titre	100°.	99°,9.	99°,8.	98°,5.	99°.
t	23	41	60	88	100

On voit que 1/1000 d'eau dans l'alcool absolu diminue la vitesse de près de la moitié. On peut par cette alcoolyse déceler sans difficulté une différence de 1/5000ᵉ dans la teneur en eau de deux échantillons d'alcool quasi absolu : ceci correspond pour un même temps voisin de la demi-réaction à une différence dans la variation de rotation d'un échantillon à l'autre d'environ 0°,14, alors que les lectures peuvent être faites à 0°,02 et qu'une telle différence imputée à un autre facteur correspondrait à 20 % dans la quantité de catalyseur ou 2° dans la température. On a donc là une méthode très sensible pour évaluer le titre de l'alcool éthylique. Signalons en outre que cette action retardatrice de l'eau montre que la catalyse par l'acide chlorhydrique est due à la molécule et non à l'ion H^+.

Rôle de la structure. — Le tableau ci-dessous donne les temps en minutes de moitié ou quart de réaction pour différents alcools rectifiés sur calcium (température 16°; ClH 0,06 N).

50 %.		50 %.		25 %.	
Méthylique	6	*n*-Butylique	25	Ethylique	10
Éthylique	23	Isobutylique	27	Isopropylique	345
Propylique	24	Octylique	27	Sec-butylique	525
				Pseudo-butylique	2520

Les alcools primaires donnent donc à peu près la même vitesse, sauf l'alcool méthylique, qui agit environ 4 fois plus vite. La réaction est beaucoup plus lente pour les secondaires et encore plus pour les tertiaires.

Ces derniers résultats sont en accord dans leurs grandes lignes avec ceux qu'ont obtenus Kolhatkar (⁴) par une méthode dilatométrique et Fehland et Adkins (⁵) par la détermination des constantes d'équilibre.

Ils montrent le parallélisme étroit qui existe, quant à l'influence de structure de l'alcool considéré, entre la vitesse d'alcoolyse qu'il produit et la vitesse de formation et de saponification de ses esters.

(⁴) *J. Chem. Soc.*, 107, 1915, p. 930.
(⁵) *J. Am. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 193.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Effet Raman des acides diméthyl, monométhylarsiniques de l'oxyde de méthylarsine et de la triméthylarsine.* Note de M. **Georges Petit**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons cherché à représenter les spectres Raman des acides monométhyl, diméthylarsinique, de l'oxyde de méthylarsine et de la triméthylarsine.

A. Acide diméthylarsinique. — 1° *Préparation.* — Une solution de cacodylate de sodium dans de l'alcool absolu distillé est traitée par un excès de gaz carbonique. Le filtrat, évaporé au bain-marie, laisse un résidu sirupeux qui peut être utilisé tel quel ou, si besoin est, dissous dans de l'eau, décoloré au noir et reconcentré après filtration.

2° *Spectre.* — Le cliché a été obtenu après une pose de 24 heures. Trois bandes d'intensités moyennes, décroissantes en fonction de l'augmentation de fréquence, se situent à 211, 239 et 310 cm^{-1}. Il existe ensuite une raie très intense à 615 cm^{-1} suivie d'une seconde, plus faible que la précédente à 676 cm^{-1}. Enfin deux bandes à 786 et 1054 cm^{-1}, une raie à 1010 (?) et une deuxième raie à 1409 cm^{-1} terminent le spectre.

Par dilution, l'intensité du spectre décroît rapidement. La raie de fréquence 615 cm^{-1} s'affaiblit en valeur absolue, mais voit son intensité relative s'accroître par rapport à celle des autres.

Le spectre de cacodylate de sodium montre les mêmes caractéristiques.

B. Acide monométhylarsinique. — *Préparation.* — Cet acide a été préparé par oxydation à l'aide de l'eau oxygénée diluée, du méthylarsenic obtenu à partir du méthylarsinate de sodium, selon la méthode de Bougault. La poudre est mise en suspension dans de l'eau distillée. L'eau oxygénée à 100 volumes est ajoutée goutte à goutte jusqu'à dissolution. Après destruction de l'eau oxygénée en excès par un excès de méthylarsenic, le milieu filtré est évaporé au bain-marie. La solution saturée d'acide monométhylarsinique est reconcentrée après décoloration au noir.

Spectre. — La solution saturée donne un spectre peu intense. Il existe deux bandes voisines de la raie excitatrice à 147 et 169 cm^{-1} suivies à 230 cm^{-1} d'une autre bande, large et pâle; à 608 se situe une raie très fine suivie à 635 cm^{-1} d'une raie très intense. Le spectre se termine par deux bandes larges d'intensités décroissantes à 766 et 897 cm^{-1}.

Une solution saturée diluée à 75 % ne laisse plus après 48 heures d'exposition, que la raie 635 cm^{-1}.

C. Oxyde de méthylarsine. — *Préparation.* — Cet oxyde a été préparé par oxydation sulfurique du méthylarsenic (1)

Le produit a été étudié en solution saturée dans le bromoforme, dont le

(1) *Zeits. f. anorg. Chem.*, **232**, 1937, p. 169.

spectre Raman ne fournit pas de raies marquant les régions où nous pouvions en attendre de notre oxyde.

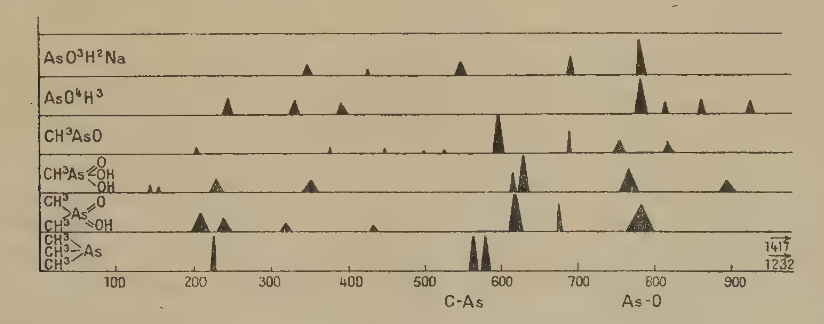
Il existe une série de raies très fines à la limite de la visibilité (!) à 357, 381, 441 et 504 cm^{-1}, une raie extrêmement forte à 585 cm^{-1} suivie d'une raie fine à 695, puis de bandes faibles à 745, 826 et de raies fines à 1244, 1299 et 1405.

D. Triméthylarsine. — La triméthylarsine a été préparée par chauffage à sec, dans une atmosphère de gaz carbonique du méthylarsenic violet $[(CH^3)As]^n$, obtenu par réduction de l'acide monométhylarsinique par le réactif de Bougault. Le produit souillé d'un peu de cacodyle passe entre 58 et 60°. Le produit est redistillé dans une atmosphère de gaz carbonique.

Le cliché obtenu montre un spectre pauvre en raies. Il en existe : *a*. Deux intenses, l'une à 228 cm^{-1}, l'autre double s'étendant de 556 à 588 cm^{-1}. *b*. Deux raies faibles à 1232 et 1417 cm^{-1}.

Ces résultats ont été comparés avec ceux donnés pour l'acide arsénique et les arsénites par Feher et Morgenstern [1].

Le tableau ci-dessous a été dressé :



L'examen de ce tableau indique que vers les fréquences 770 cm^{-1} se situent des raies et bandes communes à tous les dérivés organiques ou non, sauf à la triméthylarsine; par contre, vers 600 cm^{-1} se situent des raies intenses ne se trouvant que dans les dérivés carbonés.

Il est donc plausible de penser que la région correspondant aux fréquences 770 cm^{-1} traduit la vibration arsenic-oxygène, alors que la région située vers 600 cm^{-1} correspond à la vibration arsenic-carbone.

GÉOLOGIE. — *Le Carbonifère et le Permien dans la dépression du Reyran* (*Estérel*). Note de M. **Pierre Bordet**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Massif de l'Estérel, situé entre deux bombements du socle cristallin, les Maures au SW et le Tanneron au NE, est constitué par des roches sédimentaires et des coulées éruptives d'âge permien. Il forme deux ensembles de hauteurs (Colle du Rouet à l'W, Mont Vinaigre à l'E) séparés par un ensellement situé dans l'axe d'un étroit synclinal carbonifère orienté NS et drainé par le Reyran. J'ai étudié en détail cette région plus largement déblayée

[quadrilatère compris entre Bagnols au NW, les Adrets de Fréjus au NE, la maison forestière de la Louve au SE et le camp militaire de la Lègue au SW ([1])] et, malgré sa structure très faillée, j'ai pu y relever une coupe stratigraphique encore partiellement inconnue.

On y rencontre de bas en haut les éléments suivants :

1° Socle cristallin. — Gneiss du Tanneron;

2° Carbonifère. — *Assise de Boson.* — 200 à 300^m de grès et conglomérats avec lits de schistes sombres, sols de végétation, charbon, et un niveau de boghead à Pila actuellement exploité à Boson; flore de Rive-de-Giers avec nombreuses sigillaires cannelées;

3° *Assise d'Auriasque.* — Légèrement discordante sur la précédente, elle comporte près de 1000^m de grès grossiers jaunes avec lits de galets et de marnes sombres, et contient plusieurs couches de houille autrefois exploitées à Auriasque (flore de Saint-Étienne);

4° Permien. — *Série de l'Avellan.* — Le Permien débute (région de Bagnols et du haut Avellan) par un complexe effondré le long de failles et constitué par une série de conglomérats et de tufs volcaniques contenant des épanchements de laves basiques;

5° *Série d'Ambon.* — Au-dessus et en discordance, semble-t-il, vient un niveau sédimentaire de pélites rouges, de tufs volcaniques et de grès grossiers (5 à 80^m);

6° Puis, une première coulée de rhyolite [« porphyre tabulaire » de A. Michel Lévy ([2])], dont l'épaisseur constante est d'environ 10^m;

7° Un niveau de grès et de schistes (2 à 10^m);

8° Une coulée de dolérite très altérée, épaisse de 55^m à l'E et de seulement 20^m à l'W;

9° Un niveau de grès et de tufs volcaniques (2 à 5^m);

10° Une deuxième coulée de rhyolite, dont l'épaisseur varie de 20 à 10^m dans le même sens que celle de la coulée de dolérite;

11° et 12° Un complexe sédimentaire formé de schistes rouges et de grès grossiers (50 à 150^m); on peut, semble-t-il, le diviser en deux, car j'ai rencontré localement, à la partie supérieure, un niveau de conglomérat contenant toutes les roches de la série inférieure; de plus, à l'E de la faille NS qui limite le carbonifère du Reyran, et qui se poursuit dans le Permien, la série d'Ambon n'existe qu'à l'état de débris conservés par des failles.

Avec le niveau 12 débute la *série du Gargalon*, elle comprend en outre :

13° La grande coulée de rhyolite « amarante », épaisse d'une centaine de mètres, pour laquelle j'ai découvert plusieurs appareils de sortie : un grand filon à l'W de la ferme de la Lègue, un réseau de filons entrecroisés formant la côte 128,5 à 1500^m au SW de Boson, un autre réseau de filons, plus confus, au NE de la maison forestière du Malpey;

14° Un niveau sédimentaire constitué par des tufs volcaniques verts contenant des fragments de bois silicifiés et des grès charbonneux; de 30^m à l'E, il se réduit vers l'W à un mince niveau vert;

15° La coulée de pyroméride dont l'épaisseur dépasse 100^m dans la région de la Louve, mais qui s'arrête à l'E du Reyran; elle comporte à sa base, près de sa terminaison, un niveau de rétinite et de brèches vitrifiées;

16° Un niveau sédimentaire comprenant 10^m de tufs volcaniques verts surmontés par 30^m de pélites rouges;

17° Une coulée d'andésite (10 à 15^m);

18° Un complexe sédimentaire débutant par un niveau de calcaire dolomitique gris sur

---

([1]) Renseignements topographiques des Plans Directeurs au 1/20000 (Fréjus, 3 et 4).

([2]) *L'Estérel* (*Bull. Carte géol. Fr.*, 21, n° 130, 1912, p. 263).

lequel repose l'épaisse série des grès grossiers versicolores, qui s'étend largement dans la basse vallée de l'Argens.

TRIAS. — Dans la région de Bagnols, la base du Trias repose transgressivement et en discordance sur les termes inférieurs de la série permienne.

La succession ainsi établie met en évidence une *suite de discordances* dont plusieurs n'avaient pas encore été signalées :

a. Une première, importante, entre les gneiss du socle et la série stéphanienne (phase orogénique *sudète* de Stille); *b*. une seconde, faible, entre la série de Boson (stéphanien inf.) et celle d'Auriasque (stéphanien moyen); *c*. une troisième, notable, entre le carbonifère et la base du permien (phase *saalienne*); *d*. une quatrième, probable, entre la série de l'Avellan et celle d'Ambon; *e*. une cinquième, entre la série d'Ambon et celle du Gargalon; *f*. enfin, une dernière, entre le Permien et la base du Trias (phase *palatine*).

Ces discordances répétées, comme la fréquence des éruptions, soulignent la longue instabilité de cette région dans la période qui a suivi le paroxysme hercynien.

TECTONIQUE. — *Un accident morphotectonique de la chaîne du Jura, la* gouttière *de Salins-les-Arsures*. Note [1] de MM. **Louis Glangeaud** et **Jean-Henri Mathieu**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

La région de Salins a donné lieu à de nombreuses études d'ordre stratigraphique et tectonique. Celles postérieures à 1890 admettent une structure complexe avec écailles chevauchantes. Marcel Bertrand a même figuré de petites nappes qui dateraient du Pliocène [2]. Le Tertiaire actuellement connu se réduit ici à une brèche, au milieu de laquelle un tuf à *Cinnamomum* a été découvert et décrit par M. Piroutet. L'étude de cette formation, d'âge probablement miocène, nous a permis de mettre en évidence les faits suivants :

1° Au milieu de la zone d'interférence des arcs bisontins et salinois, apparaît une dépression EW, qui se poursuit d'une façon continue, sur 8^{km}, depuis le flanc sud du Mont Poupet, au nord-ouest de Salins, jusqu'aux Arsures. L'altitude s'y maintient au voisinage de 330-350^{m}, tandis que les collines voisines (hachurées, sur la figure) ont 400 à 500^{m} en moyenne (plateau à 500-600^{m} au Sud). Cette unité morphologique, aussi visible sur le terrain que sur la carte, disparaît à l'Ouest, sous les formations pliocènes supérieures et quaternaires. Ni le réseau hydrographique actuel ni l'érosion ancienne, ne peuvent expliquer l'existence de cet accident.

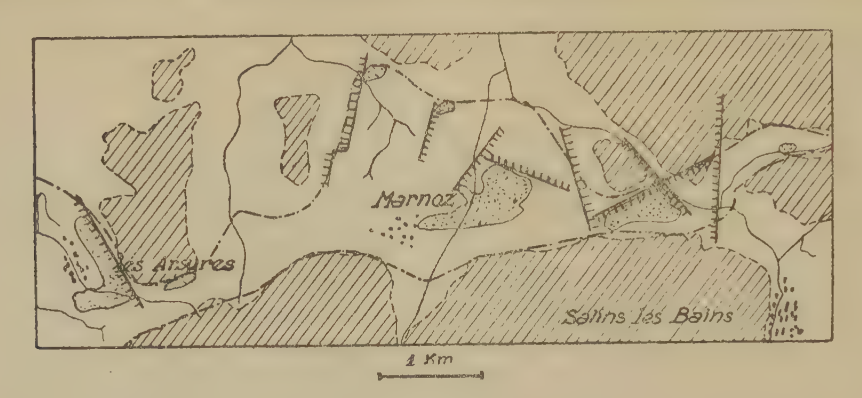
2° Les lambeaux de brèches miocènes (en pointillé sur la figure) sont tous à l'intérieur de cette dépression. Ils ne peuvent être attribués à du Glaciaire,

---

(1) Séance du 22 novembre 1943.

(2) MARCEL BERTRAND, *Bull. Soc. Géol. France*, 3e série, 10, 1881-1882, fig. 12 et 13.

comme l'ont pensé M. Bourgeat et M. Piroutet. Contrairement aux observations antérieures, ces lambeaux («m» de la carte géologique) *ne sont pas chevauchés par les couches jurassiques*, mais reposent indifféremment sur tous



les niveaux du Jurassique. Ils contiennent à l'état de blocs anguleux, des débris de calcaire d'âge bajocien, séquanien et kiméridgien. Ces brèches sont donc postérieures aux plissements principaux de la région.

3° Étant donné la nature des éléments qui ont comblé cette dépression, et la forme de sa surface topographique, on ne peut la considérer comme étant une ancienne vallée. C'est une « gouttière », d'origine tectonique, de direction EO. Son remplissage, *contemporain de sa formation*, est assez inégal suivant les points.

4° Après son remplissage, la gouttière a subi un mouvement de torsion suivant son axe. Le nouveau réseau de failles de directions conjuguées NE et NO, qui en est résulté, a découpé les brèches d'éboulis, en une série de petits voussoirs parallélépipédiques. Ces failles ont généralement un faible rejet de quelques mètres. Elles sont accompagnées de très beaux miroirs de friction avec stries obliques. Le voussoir de la grange d'Arelle, au NO de Salins, est particulièrement typique à ce sujet.

Ce réseau de failles de torsion est donc, comme la formation de la gouttière qui le précède, *postérieur au paroxysme tectonique principal* de la région. Le *paroxysme majeur* est antérieur aux tufs miocènes à Cinnamonum.

Ce que nous nommons *gouttière* appartient, comme les accidents que l'un de nous [3] a nommés *pincées*, à la phase d'ajustement qui suit le paroxysme principal. Mais, tandis que la pincée représente un phénomène tectonique, un effondrement entre deux parois qui se sont écartées par distension, la gouttière est une dépression superficielle s'adaptant à la structure profonde et provoquée par celle-ci. Il peut y avoir ainsi des gouttières au-dessus des pincées. L'effondrement et l'accident morphotectonique sont suivis généralement par

(3) Louis Glangeaud, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 671.

une oscillation en sens inverse. qui se traduit par une compression ou une torsion.

Les nombreuses observations que nous avons commencé d'énumérer dans cette Note et la précédente, montrent, en effet, que, dans le Jura, les paroxysmes sont suivis de *phénomènes d'ajustement* par isostasie, relaxation, distension et glissement superficiel. Cela paraît être le cas de la gouttière Salins-les-Arsures, qui jalonne une unité de surface nommée par M. de Margerie *arc salinois*, (ondulation transversale).

Les gouttières avec ou sans remplissage d'éboulis ont généralement passé inaperçues dans le Jura. Les éboulis fossiles, même quand ils existent, sont souvent confondus avec des débris rocheux provenant du substratum, alors que ce sont des *blocs perdus*. Déterminer l'origine de ces blocs a pour résultat, non seulement, de mettre en évidence un phénomène morphologique intéressant, mais nous amènera à modifier sérieusement les données stratigraphiques et tectoniques locales.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Les locomotives transsahariennes et l'érosion sableuse.* Note (¹) de M. A. **Brun**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

L'examen des projets des locomotives prototypes du type Diesel, destinées à l'équipement du Réseau transsaharien Méditerranée-Niger, démontra que les problèmes de la protection contre le sable et de la filtration de l'air pouvaient, dans une certaine mesure, conditionner la structure même de ces locomotives.

Il apparut nécessaire, en conséquence :

1° de procéder à des expertises d'échantillons de sable entraîné par le vent, expertises permettant de déterminer les valeurs des caractéristiques des systèmes de *filtration* de l'air destiné à l'alimentation de ces locomotives;

2° d'étudier empiriquement, puis expérimentalement, divers principes de *protection* des organes extérieurs en mouvement relatif.

I. *Filtration de l'air d'alimentation.* — Les sujétions ferroviaires transsahariennes impliquent la détermination de trois facteurs essentiels :

a. la composition minéralogique et granulométrique du sable entraîné;

b. la compétence d'un vent donné, pouvoir de transport rapporté au diamètre des particules;

c. la charge d'un vent donné, masse totale de sable entraînée par mètre cube d'air à différentes hauteurs et, en particulier, à celle où ont lieu les aspirations d'air.

La filtration d'un air donné sera définie, en qualité et en quantité, lorsque

---

(¹) Séance du 3 novembre 1943.

les essais de longue durée auront permis l'établissement de surfaces caractéristiques déterminant respectivement la compétence et la charge en fonction de la vitesse du vent et la hauteur au-dessus du sol; compétence ou charge f(hauteur) : génératrice se déformant de la branche dihyperbole équilatère à la droite asymptote en fonction du déplacement; compétence ou charge f (vitesse du vent au sol) : développante de forme parabolique. Ces surfaces, expérimentalement exploitées en fonction de la courbe vitesse du vent f (hauteur au-dessus du sol) permettent la résolution instantanée, par voie graphique, de problèmes tels que le suivant : quelle est, à 10^{m} de hauteur, la compétence d'un vent soufflant au sol à 25 km/h ?

Les trois facteurs *a*, *b* et *c* fixent les types des filtres à adopter, leurs caractéristiques et leurs rendements.

Le long du tracé du Méditerranée-Niger, ces facteurs varient en fonction des caractéristiques des vents de sable naturels et, étant donné la formation d'un vent artificiel dû au déplacement du train, en fonction des conditions géographiques et géologiques locales.

Les analyses granulométrique et minéralogique des sables recueillis, exécutées par le Centre National de la Recherche Scientifique, ont permis l'obtention des premières conclusions suivantes :

Les diamètres moyens des grains de sable qui, soulevés par le vent créé par le passage d'un train circulant à 70 km/h, restent en suspension à 3^{m} de hauteur dans les veines d'air en contact avec les éléments de ce train, se répartissent en dessous de 100$^{\mu}$.

La masse de sable ainsi recueillie est constituée, en poids, presque exclusivement de quartz ou assimilés (zircon).

En présence de ces résultats, il faut définir les conditions limites auxquelles doit satisfaire la filtration de l'air.

La filtration de l'air destiné à la ventilation des machines électriques et à l'aération des voitures doit assurer l'élimination des grains dont le diamètre moyen est supérieur à 50$^{\mu}$. Ces éléments constituent la majorité, en poids, des poussières soulevées.

La filtration de l'air destiné à l'alimentation des moteurs thermiques générateurs doit être poussée jusqu'à l'élimination des grains dont le diamètre moyen est de 10$^{\mu}$, dans le cas des moteurs Diesel ou assimilés. On découvre à l'analyse une proportion non négligeable, en poids, de grains dont le diamètre moyen est compris entre 50 et 10$^{\mu}$. Ces poussières sont, en majorité, composées de matériaux tendres et dépourvus de compacité tels que les carbonates solubles et les argiles qui cotent de 2 à 5 l'échelle de Rosival. L'élimination en est cependant obligatoire si l'on veut éviter la nécessité de renouvellements de vidanges d'huile de graissage incompatibles avec le souci d'un fonctionnement orthodoxe.

Les valeurs et les variations des facteurs (composition, compétence, charge)

impliquent de la part du système filtrant une puissance et une souplesse d'adaptation qui ne peuvent pratiquement être obtenues d'un appareil de formule unique. On est conduit à mettre en œuvre un système filtrant à deux étages.

Le premier étage, à caractéristiques limitées aux grains lourds dont le diamètre moyen est supérieur à 50$^{\mu}$, traitera la totalité de la masse de l'air (120 000 à 200 000$^{m^3}$ horaires suivant le type de locomotives). La filtration par voie centrifuge paraît s'imposer, particulièrement la filtration centrifuge dynamique, moins encombrante et pouvant être mise hors circuit en atmosphère pure.

Le second étage, finisseur, n'intéressant que l'air destiné à l'alimentation des moteurs thermiques, devra présenter un haut rendement qualitatif à l'égard des grains fins et légers. Il pourra être équipé d'appareils basés soit sur la force électrique, soit sur la capillarité.

II. *Protection des organes extérieurs.* — Le souci de cette protection imposera des constructions spécialement étudiées sous le rapport scientifique et mécanique pur et sous le rapport des facilités d'entretien.

Le faisceau des sujétions d'organes à protéger vient converger au poste *Usure des bandages des roues*. Cette usure ne sera diminuée qu'autant que l'on obtiendra une cinématique du bandage par rapport au rail se rapprochant du roulement pur, condition qui implique que tous les mouvements relatifs des organes de roulement devront être d'amplitude limitée tant dans la conception qu'au cours de l'entretien (ajustage de boîtes d'essieux avec système automatique de compensation de jeu, absence de bielles d'accouplement...).

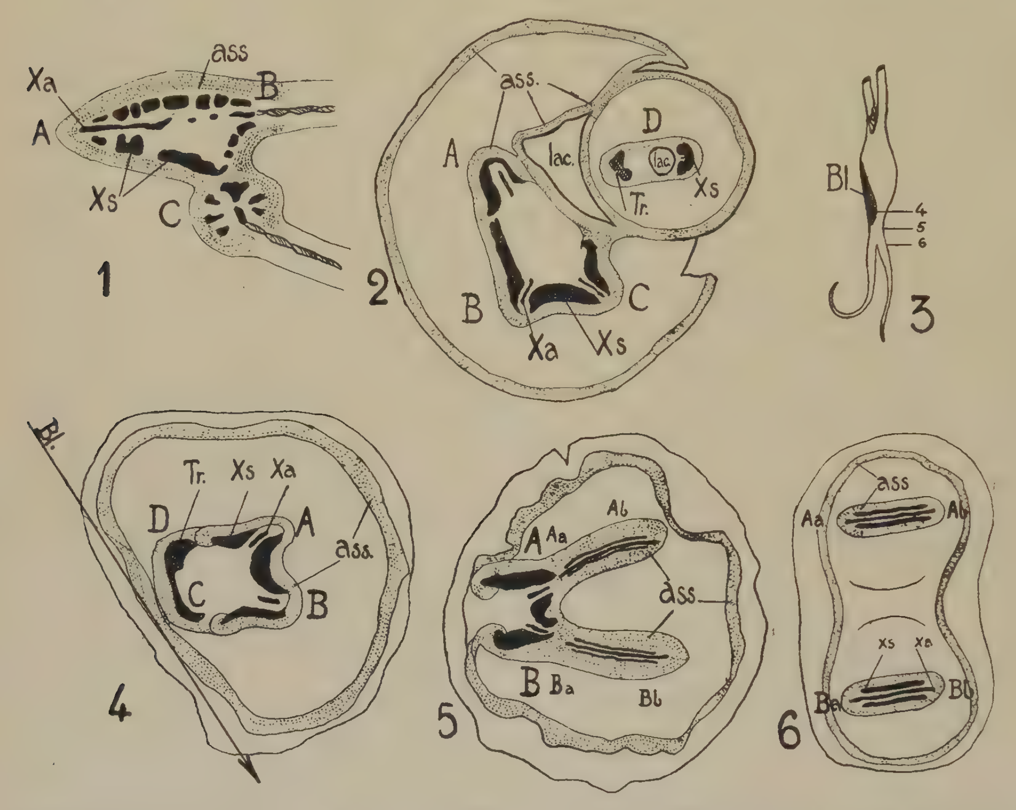
ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Modifications morphologiques et anatomiques apportées par les influences de l'hétéroauxine et des traumatismes dans les plantules de l'*Araucaria imbricata *Pav.* Note (¹) de M. **Édouard Boureau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons montré (²) comment apparaissent, dans la racine des plantules d'*Araucaria imbricata* soumises à l'influence de l'acide indol-β-acétique, de vastes évaginations de l'assise génératrice, remplies d'un parenchyme lignifié constitué uniquement par des cellules de transfusion réticulées. C'est qu'en effet le parenchyme péricyclique extrapolaire et la portion extrapolaire de l'assise génératrice libéroligneuse sont particulièrement modifiés par cet agent. Les quelques éléments du tissu de transfusion péricyclique, que l'on observe dans une plantule normale, prennent, sous l'influence de cette hétéro-

(¹) Séance du 28 février 1944.
(²) *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 546.

auxine un développement considérable. Une nouvelle activité du parenchyme dans la plantule d'*Araucaria* qui, subissant l'influence de l'acide indol-β-acétique, aboutit à la formation de structures polystéliques en rapport, dans certain cas, avec l'émission de radicelles terminales, peut donner l'illusion d'une dichotomie de la racine principale (*fig.* 3).

L'allongement de l'assise génératrice, sous l'influence de l'acide indol-β-acé-



Araucaria imbricata Pav. — A, B, C, D, convergents de la racine principale; Aa, Ab, Ba, Bb, convergents de radicelles terminales; Xa, xylème alterne; Xs, xylème superposé; Tr, trachéides de transfusion; ass, cloisonnements d'assises génératrices; lac, lacunes. — Fig. 3. Plantule de 3 mois. Les niveaux 4, 5 et 6 correspondent aux coupes figurées au-dessous.

tique, amène, dans certains cas (*fig.* 1), l'isolement de l'un des convergents radiculaires. De la stèle monarche ainsi formée part une radicelle diarche latérale, suivant le mode habituel.

Dans d'autres cas, la fragmentation du cylindre central radiculaire est plus complète (*fig.* 2). Un convergent isolé comme précédemment constitue le système vasculaire d'une radicelle qui se développe parallèlement à l'axe de la racine principale. La radicelle, ainsi née au sein même de la racine principale, exerce sur elle les effets d'un traumatisme (accélération vasculaire, lacune de déchirement). Le deuxième convergent de cette radicelle est constitué par du tissu de transfusion (Tr, *fig.* 2).

Une blessure latérale (Bl, *fig.* 3) ayant supprimé deux de ses convergents, la plantule a également achevé son développement dans un milieu nutritif liquide contenant de l'acide indol-β-acétique, émettant alors deux radicelles terminales. De nouveaux cloisonnements sont apparus, au niveau de la blessure, dans le parenchyme, qui prolongent les portions d'assises génératrices restées intactes. Des éléments isodiamétriques réticulés d'origine secondaire se différencient et remplacent les vaisseaux du bois supprimés (Tr, *fig.* 4). Plus bas (niveau 5, *fig.* 3), la portion extra-polaire des convergents A et B (*fig.* 5) s'évagine largement et, de proche en proche, se constituent quatre nouveaux convergents : Aa et Ab, Ba et Bb qui appartiennent à deux radicelles. A mesure que la stèle de la racine principale diminue son calibre, à un niveau inférieur, les deux nouvelles stèles se développent davantage et les deux radicelles se substituent peu à peu à la racine principale. Elles sont diarches et possèdent la structure très particulière des radicelles de l'*Araucaria imbricata* (*fig.* 6). Parfaitement terminales, elles présentent l'allure d'une dichotomie de la racine principale, telle qu'on l'observe seulement chez certains cryptogames vasculaires. Mais ici la dichotomie n'est qu'apparente.

Les plantules d'*Araucaria* subissent donc, sous l'influence de l'hétéroauxine, d'importantes modifications anatomiques et morphologiques. Le phénomène de polystélie, provoqué dans le cylindre central, est accompagné d'intéressantes particularités, notamment dans l'émission des radicelles.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Traitement industriel des Orges à deux rangs* (Hordeum distichum *L.*) *contre le Charbon nu* (Ustilago nuda). Note (¹) de M. **Paul Bergal**, présentée par M. Louis Blaringhem.

En 1942, une de nos meilleures Orges de brasserie, la variété *Aurore*, montra dans certaines régions un pourcentage de Charbon nu variant de 1 ‰ à 10 % et plus. En 1943, toutes les régions où était cultivée *Aurore* étaient infectées : couramment 4 à 6 %, assez fréquemment 10 % et même 14 %.

Nos connaissances sur les conditions qui favorisent l'extension ou la régression d'*Ustilago nuda* sont insuffisantes. Au moment de la floraison, les spores du Charbon nu de l'orge, provenant de la désagrégation des épis charbonnés, tombent sur les épis sains, sont entraînés à l'intérieur des fleurs, germent sur les stigmates comme des grains de pollen, et leur tube mycélien gagne l'embryon du grain en formation. Le Champignon se développe à l'intérieur du grain, qui, à la récolte, présente tous les aspects d'un grain parfaitement sain; les épis provenant de ce grain seront charbonnés.

Tous les traitements anticryptogamiques externes (solution, poudrage) sont inefficaces contre ce charbon. Seul le traitement à l'eau chaude à 52° permet

(¹) Séance du 28 février 1944.

de tuer le parasite tout en respectant la faculté germinative du grain. Le traitement est délicat si l'on songe qu'à 53-54° la faculté germinative est très compromise. Il consiste à soumettre le grain à un premier trempage de 50 minutes à 45° pour permettre au mycélium de se développer, puis de le détruire par un second trempage de 10 minutes à 52-52°,5.

Comme il n'existe pas en France d'installation, le traitement n'ayant jamais été effectué, nous avons dû approprier à cet usage du matériel de brasserie; il n'est pas sans intérêt de faire connaître le dispositif employé et les résultats obtenus. L'installation comporte 12 bacs de pasteurisation de 880l de capacité chacun. 8 bacs servent au premier trempage à 45°, 4 bacs au second trempage à 52°. La vapeur est distribuée dans le fond du bac au moyen de tubes perforés reliés à une rampe de vapeur dont le débit est réglé par une vanne de vapeur très sensible, à portée de la main. Le grain est placé à raison de 60kg dans des paniers parallélépipédiques en bois et toile métallique fine, dont les quatre poignées prennent appui sur le bac. Les accessoires indispensables comportent : un thermomètre au 1/10 de degré C. dans le bac, un second thermomètre dans le grain, deux agitateurs, un dans le bac, l'autre dans le grain; enfin attenant à chaque bac, une fiche pour le contrôle des temps et des températures.

Les deux trempages successifs n'étant pas de même durée, l'unité de travail comprend 2 bacs de premier bain à 45° et 1 bac pour le deuxième bain à 52°. Chaque panier reste dans le premier bain pendant 50 minutes, puis il est porté dans le bain à 52° où l'on constate qu'il faut 5 à 8 minutes pour que le grain prenne sa température de 52°. Il est retiré après un séjour total de 15 à 18 minutes, refroidi par un jet d'eau froide et porté sur une touraille de malterie pour le séchage. Le séchage a lieu à une température de 45°, et il faut de 12 à 13 heures pour ramener le grain de 35 % d'eau à 15 % environ. Pour une journée de 8 heures, il a été traité en moyenne 38 quintaux. Un diagramme de touraille permet de suivre chaque couche traitée, et sur chacune il est fait le taux d'humidité et la faculté germinative.

L'expérience a montré que la faculté germinative n'est pas sérieusement diminuée. Elle se maintient aux environs de 95 % en partant d'un lot germant à 99-100 %. Par contre l'énergie germinative est notablement atténuée; ce n'est qu'après 5 à 6 jours de mise en germination qu'elle devient normale. En général, une orge non traitée dépasse 90 % de germination en 48 heures. Seule l'utilisation des semences traitées permettra de savoir si le traitement atténue la vigueur de la végétation au début du développement de la plante. Il est impossible de dire si les semences ainsi traitées sont complètement immunisées contre le Charbon. Aucun diagnostic ne permet de le prouver, et il faut attendre l'apparition des premiers épis pour le vérifier.

PHARMACODYNAMIE. — *Production d'un nouveau type de poisons du système nerveux sympathique par iodométhylation d'un sympathicolytique.* Note (¹) de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons montré précédemment que les sympathicolytiques majeurs naturels peuvent être répartis en deux groupes, celui des alcaloïdes de l'Ergot et celui des bases qui se rapprochent physiologiquement de la yohimbine. Si, aux doses fortes, les substances de ces deux groupes peuvent semblablement inverser l'hypertension adrénalinique, aux doses faibles celles du premier groupe renforcent l'hypertension qui suit l'injection d'adrénaline et abolissent à la fois la vaso-constriction rénale produite par cette substance et l'élévation de pression provoquée par l'occlusion carotidienne, tandis que celles du second groupe diminuent la hausse de pression et la réduction du volume du rein causées par l'adrénaline, mais laissent subsister les effets hypertenseurs de la fermeture des carotides. C'est dans le second groupe qu'il faut, nous l'avons montré (²), ranger l'hydrocinchonidine, qui, bien que très différente chimiquement de la yohimbine, s'en rapproche beaucoup physiologiquement.

Ayant pu constater qu'en iodométhylant la yohimbine on lui fait perdre presque totalement son activité hypertensive (³), il convenait de rechercher si la transformation de l'hydrocinchonidine en une base ammonium quaternaire modifie sensiblement ses effets sur le système nerveux sympathique. Nos expériences nous ont appris qu'il n'en est rien et que si, aux doses fortes, l'iodométhylate d'hydrocinchonidine par nous préparé conserve l'activité sympathicolytique de cet alcaloïde, aux doses faibles, il manifeste une action sympathicosthénique indéniable, c'est-à-dire renforce nettement les effets de l'adrénaline.

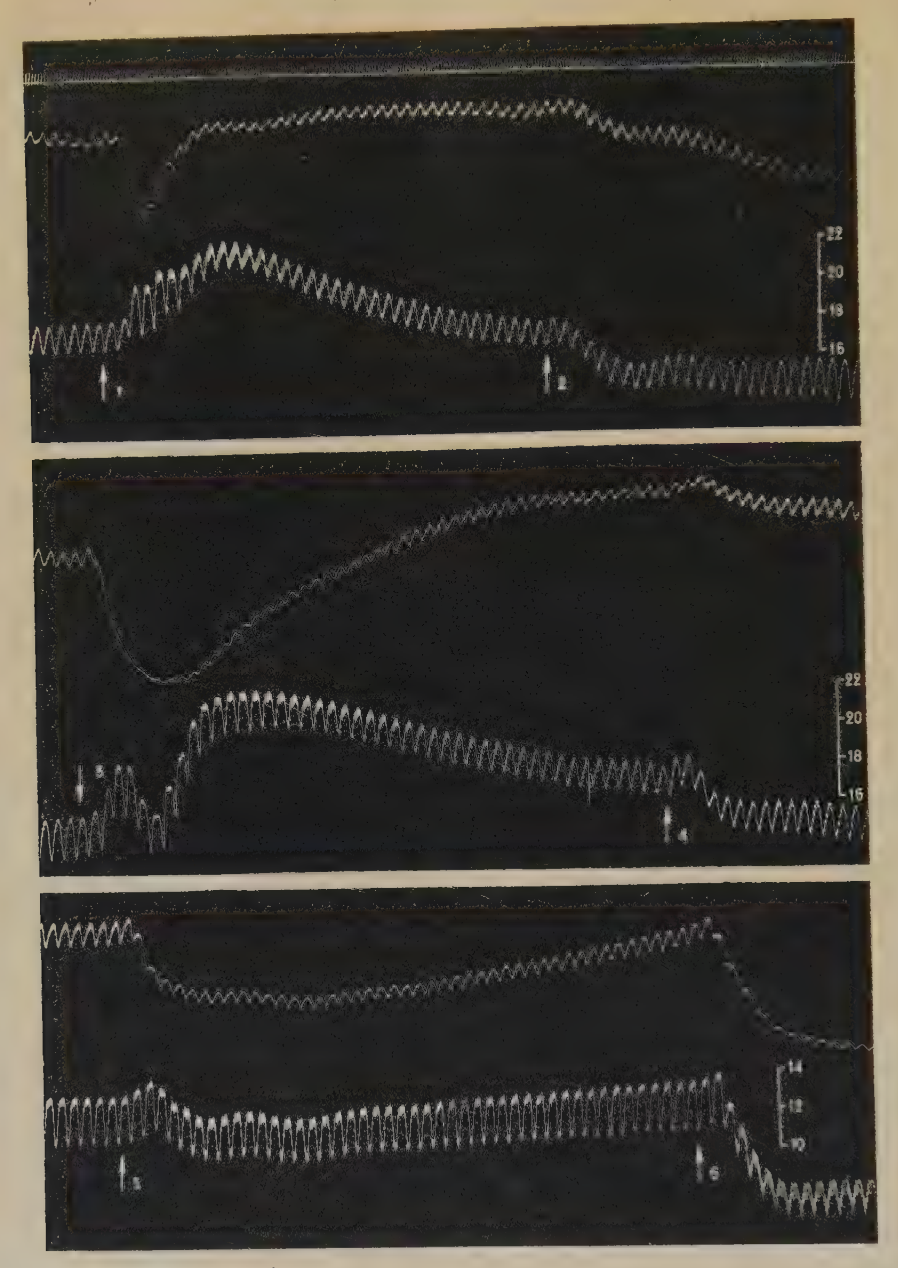
Il en est ainsi notamment dans l'expérience qui a fourni les tracés ci-après. Au début de celle-ci, l'adrénaline, à la dose de $0^{mg},007$, a, en trois bonds successifs, élevé la pression carotidienne de 183 à 225^{mm} de Hg, soit de 42^{mm} de Hg, et a provoqué une vaso-constriction rénale nette suivie d'une expansion secondaire de cet organe. Quand l'animal eut reçu une injection de $2^{mg},5$ d'iodométhylate d'hydrocinchonidine par kilogramme, injection qui abaissa la pression carotidienne de 179 à 155^{mm} de Hg, l'adrénaline, à la même dose qu'auparavant, fit passer cette même pression de 157 à 185, puis à 158 (*deep* très marqué), enfin à 222^{mm} de Hg, c'est-à-dire à 65^{mm} au-dessus du niveau initial, et produisit une diminution du volume du rein considérablement plus forte et plus prolongée qu'auparavant, mais suivie aussi d'une vaso-dilatation secondaire marquée. Après injections de 5, de 10, puis de 15^{mg} d'iodomé-

(¹) Séance du 31 janvier 1944.

(²) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 1252.

(³) *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 181.

thylate d'hydrocinchonidine par kilogramme, l'adrénaline, toujours à la



Expérience du 7 janvier 1944. — Chien de 12^{kg} anesthésié par le chloralose (12^{cg} par kg), bivagotomisé au cou et soumis à la respiration artificielle. 1re ligne : temps en secondes. 2e, 4e et 6e lignes : variations du volume du rein enregistrées par l'oncographe d'Hallion et Comte par nous modifié. 3e, 5e et 7e lignes : modifications de la pression carotidienne enregistrées au moyen du manomètre à mercure. On a injecté dans la saphène, en 1, 3 et 5 : $0^{mg},007$ d'adrénaline sous forme de bitartrate, en 2 : 30^{mg}, en 4 : 60^{mg} d'iodométhylate d'hydrocinchonidine, en 6 : 2^{mg} de chlorhydrate d'adrénalone. Entre le 2e et le 3e tracé, l'animal a reçu deux injections, l'une de 120^{mg} d'iodométhylate d'hydrocinchonidine. Tracés réduits de moitié.

même dose, éleva passagèrement la pression carotidienne de 130 à 138 puis

l'abaissa à 118^{mm}, c'est-à-dire à 12^{mm} au-dessous de son niveau initial, cependant qu'elle produisait une diminution du volume du rein qui, tout au moins initialement, traduit incontestablement une vaso-constriction de cet organe, puisqu'à ce moment il y a synchronisme d'une inflexion vers le bas du tracé encographique et d'une inflexion vers le haut du tensiogramme. Pratiquée à ce moment, une injection de 2^{mg} de chlorhydrate d'adrénalone (dose normalement fortement hypertensive) abaissa la pression carotidienne de 134 à 80^{mm} de Hg.

ZOOLOGIE. — *Formation des cavités cœlomiques chez les* Tornaria *du plancton indochinois.* Note de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Au cours de mes recherches planctonologiques en Indochine française, j'ai recueilli plusieurs milliers de *Tornaria*, appartenant à diverses espèces et je ne manquai jamais d'étudier leur organisation interne. Les circonstances ne me permettant pas de compléter ma documentation, je me décide à faire connaître quelques observations concernant les cavités cœlomiques de ces larves. La formation de ces cavités est encore très mal connue et ma documentation, quelque fragmentaire qu'elle soit, peut présenter un certain intérêt. Ce processus a été observé par moi sur plusieurs dizaines de *Tornaria*. Il a lieu, en général, à la phase où, sur la larve, les bandes ciliées longitudinales commencent à former les circonvolutions caractéristiques dorsales et ventrales (phase de Metchnikoff *ad* Stiasny); mais j'ai observé des cas où la naissance des ébauches des métacœles a lieu à un stade plus jeune (phase de Heider), où la larve vient d'acquérir sa ceinture ciliaire postérieure. Ce n'est que très rarement que j'ai pu observer la naissance des deux cavités cœlomiques postérieures sous forme d'une ébauche commune. Dans ces cas, le processus se réduit au schéma établi par Spengel et Stiasny; formation, de chaque côté de la région antérieure de l'intestin postérieur, d'un refoulement entérocœlien compact, qui, en se subdivisant, donne naissance à deux vésicules superposées : méso- et métacœle. Ce procédé présente, d'ailleurs, quelques particularités : une paire des diverticules en question, se présentant d'abord comme des lames de deux feuillets accollés, s'accroît à l'extrémité distale par la multiplication des éléments cellulaires; ces portions, nouvellement formées et constituées de complexes cellulaires compacts et désordonnés, finissent par se séparer des diverticules entérocœliens et donnent une paire de vésicules, les ébauches des mésocœles, tandis que les parties proximales, qui restent encore quelque temps réunies aux parois intestinales, forment les métacœles.

Chez la plupart des *Tornaria* qui m'ont donné l'occasion d'observer le processus qui nous intéresse, les ébauches du méso- et du métacœle étaient séparées dès leur naissance. J'ai vu naître les premières sur la partie postéro-latérale de l'estomac et les secondes dans la région antéro-latérale de l'intestin

postérieur. Ni l'une ni l'autre ne se sont jamais présentées comme des diverticules entérocœliens, mais leur formation se trouvait toujours réduite à une prolifération paucicellulaire dans les parois intestinales et stomacales. J'ai pu déceler l'existence des foyers de cette prolifération cellulaire, sur les stades très jeunes (phase de Heider). J'ai pu assister aussi à l'isolement des quatre ébauches en question (l'isolement des ébauches des mésocœles est toujours en retard sur celui des métacœles), sous forme d'autant d'amas cellulaires, très serrés, nettement circonscrits, et intimement appliqués contre la paroi intestinale. Ces complexes massifs se creusent en cavité et se transforment ensuite en vésicule. Dans certains cas, ce processus suit une voie aberrante; le complexe cellulaire massif, s'allongeant transversalement, forme une sorte de plaque unistratifiée, qui se transforme ensuite en un petit sac, par enroulement et soudure de ses bords.

J'ai trouvé, dans plusieurs pêches, des *Tornaria* chez lesquelles la formation des cœlomes postérieurs se produisait par fusion de cellules libres, d'aspect mésenchymateux, éparses dans la cavité blastocœlienne. Ce processus, découvert par Morgan (1894), n'a pas été observé depuis. Or j'ai eu l'occasion de l'observer chez les *Tornaria* qui se préparent à se transformer en grosses larves tentaculées, et j'ai eu la possibilité d'élucider l'origine des cellules formatrices des ébauches cœlomiques, dont la naissance est restée jusqu'ici inconnue. J'ai vu que les deux paires (symétriques, superposées et peu écartées l'une de l'autre) des groupes de cellules qu'on trouve chez la grosse *Tornaria* tentaculée, à la phase de Metchnikoff, prennent naissance à partir de cellules libres, concentrées d'abord dans la région antérieure de la larve. J'ai suivi la marche de ce processus, en remontant jusqu'aux stades initiaux (phase de Heider) et j'ai pu me convaincre que le matériel édificateur des cavités cœlomiques *ne présente aucune relation avec le tube digestif*, mais qu'il dérive de la paroi du sac cœlomique antérieur, c'est-à-dire qu'*il représente une véritable cœlenchyme*. Quant au cœlome antérieur, on sait qu'il se forme très tôt, aux stades qui suivent immédiatement celui de la gastrula. Or, mon matériel m'a démontré qu'on peut envisager comme probable l'existence de *Tornaria*, chez lesquelles la naissance du cœlome en question est plus tardive que chez la majorité des formes connues. Je base cette supposition sur trois exemplaires d'une minuscule *Tornaria*, qui ont présenté quelques particularités vraiment frappantes. Il s'agissait de larves parfaitement pélagiques, mais qui se trouvaient à un stade de véritable *Dipleurula*, car leur bande ciliée circumorale n'était pas encore subdivisée en ces bandes indépendantes. Or, chez cette *Tornaria*, où le tube digestif était encore clos (bien qu'appliqué intimement contre l'ectoderme de la face ventrale), la vésicule cœlomique antérieure restait encore unie à la paroi de l'extrémité distale de l'ancien archentéron, n'avait pas encore réalisé l'aspect tubuliforme habituel et n'était pas encore entrée en communication avec l'extérieur par un pore dorsal. Rien n'empêche

donc de penser que, chez les *Tornaria* en question, la formation du protocœle se trouvait transposée à des phases de l'évolution larvaire plus agées que chez la majorité des autres larves des Entéropneustes.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Différenciation indépendante et différenciation contrôlée par les hormones sexuelles, dans l'organogenèse du tractus génital et de la callosité chez* Rana temporaria *L.* Note de M. **Louis Gallien**, présentée par M. Maurice Caullery.

La différenciation du tractus génital (canaux de Wolff et de Müller), chez *Rana temporaria*, présente trois caractéristiques favorables, qui permettent de fixer l'époque précise où l'organogenèse de ce tractus est contrôlée par les hormones sexuelles. En premier lieu, la différenciation initiale est tardive : c'est en effet à l'époque de la métamorphose que s'édifient les canaux de Wolff et de Müller, en liaison plus ou moins directe avec l'involution du pronéphros et de l'uretère primaire. En second lieu, cette différenciation suit de plusieurs semaines celles des gonades. Enfin l'organogenèse sexuelle est marquée par un état d'ambisexualité extrêmement net et qui persiste fort longtemps, au moins jusqu'à l'âge de un an. En ce qui concerne la callosité qui se développe chez les mâles, les faits sont encore plus nets, puisque c'est seulement lors de la puberté, dans la quatrième année de la vie, qu'elle s'édifie.

J'ai cherché à préciser le rôle des hormones sexuelles dans la manifestation de ces caractères et à partir de quel stade du développement l'action de ces hormones se fait sentir.

Si l'on considère un animal témoin de la race indifférenciée utilisée dans mes expériences (Hennezel), on constate que les canaux de Wolff et de Müller s'édifient à la métamorphose, pour devenir parfaitement nets dans les mois qui suivent. Vers le sixième mois, par exemple, les deux canaux de Müller forment une paire de cordons blanchâtres minces, qui s'étendent de la région antérieure du corps jusqu'au voisinage du cloaque. Les canaux de Wolff fonctionnels suivent le bord externe du mésonéphros, pour venir déboucher l'un près de l'autre dans le cloaque. Ce double système se réalise avec un égal développement, quel que soit le sexe de l'animal.

Dans quelle mesure peut-on modifier la destinée de ces canaux? Dans une première série expérimentale, les têtards sont soumis à un traitement hormonique masculinisant (*propionate de testostérone*), depuis la fin des branchies externes jusqu'à la métamorphose. Dans une seconde série et dans les mêmes conditions, les animaux subissent un traitement féminisant (*benzoate d'œstradiol*). Or, à la métamorphose, le double système de canaux (Wolff et Müller) se développe exactement comme chez des témoins. Cependant l'action de l'hormone est manifeste par ailleurs. En particulier, dans le cas du traitement masculinisant, les gonades de tous les individus sont masculinisées [1].

---

(1) L. Gallien, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 375.

Si, dans les séries en cause, les injections sont suspendues à la métamorphose, on observe, à six mois et au delà, que le double système de canaux a continué à se développer exactement comme chez les témoins. Sporadiquement, on note seulement une légère hypertrophie müllérienne, traduisant un reste d'action de l'hormone femelle qui a persisté après la métamorphose.

Dans les mêmes conditions, on ne note aucune réponse positive du territoire de la callosité. Cela signifie que, pendant toute la durée du stade têtard, dans un organisme saturé d'hormones sexuelles, celles-ci n'agissent en aucune façon sur la préparation et le début de l'organogénèse du tractus génital. C'est très nettement après la métamorphose (au delà du 100e jour), lorsque la différenciation des deux canaux s'est complètement opérée qualitativement, que ceux-ci réagissent avec brutalité aux hormones, comme je l'ai précédemment indiqué (2).

Une contre-épreuve de ces faits est fournie par l'examen de séries où l'hormone mâle est introduite seulement après la métamorphose. L'action inhibitrice sur le tractus femelle, et accélératrice sur les ébauches mâles (canaux de Wolff et callosité), est la même que dans les séries où l'hormone mâle a été administrée depuis la naissance et poursuivie au delà de la métamorphose. Dans ces séries, on observe d'ailleurs un fait assez curieux : l'inhibition des canaux de Müller est totale, ceux-ci ont entièrement disparu. La régression est donc allée au delà de ce qu'on pourrait considérer comme le stade de neutralité, c'est-à-dire celui où les deux ébauches s'édifient indépendamment des hormones. Tout se passe donc comme si, jusqu'aux environs du 100e jour, les deux ébauches mâle et femelle du tractus avaient une différenciation propre, *indépendante* des gonades (puisque celles-ci peuvent être mâles ou femelles), comme des hormones sexuelles introduites dans le métabolisme. C'est seulement lorsque l'édification de ces ébauches est qualitativement terminée, que les hormones sexuelles agissent sur les territoires en cause. Alors commence une seconde période, celle où les ébauches sont ***dépendantes*** de ces hormones. Ces faits apportent un argument aux biologistes qui admettent que, dans les phénomènes de la différenciation sexuelle, il existerait un premier mécanisme (hormones embryonnaires) d'une nature différente des hormones sexuelles sécrétées par les gonades adultes et qui, elles, n'agiraient que dans un deuxième temps.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Mesure calorimétrique du rendement de la photosynthèse.* Note de M. **Jacques Tonnelat**, présentée par M. Jacques Duclaux.

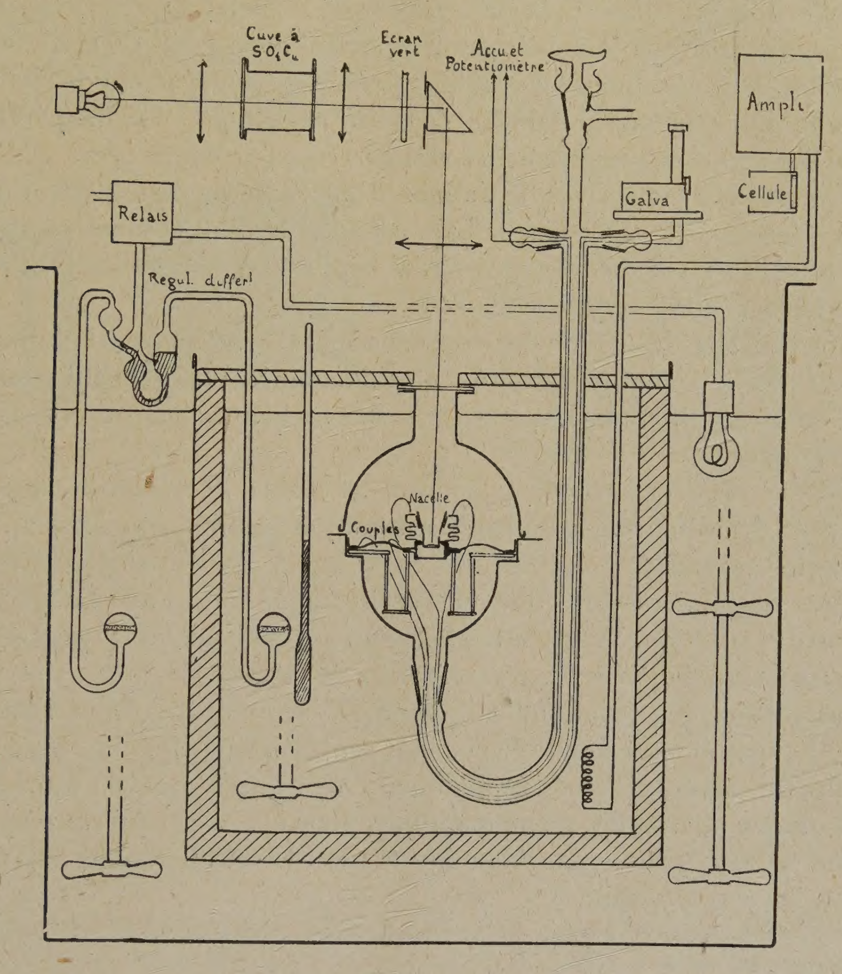
On a cherché depuis fort longtemps à préciser le processus de la phase photochimique de l'assimilation chlorophyllienne, en étudiant son rendement énergétique. Les résultats obtenus par différentes méthodes sont loin d'être

(2) *Ibid.*, 213, 1941, p. 743; 215, 1942, p. 551.

tous concordants. J'ai entrepris d'en effectuer la mesure par une méthode nouvelle purement calorimétrique.

La mesure n'a de sens que si l'énergie lumineuse incidente est de l'ordre de 10^{-3} calorie par minute et par centimètre carré. On peut se ramener à la détermination d'une quantité plus importante en opérant pendant plusieurs heures.

Différentes considérations m'ont amené au choix d'un calorimètre adiabatique.



Le principe en est le suivant ([1]) : une nacelle renferme le milieu où se produit le dégagement de chaleur. Elle est placée sur un support thermiquement isolé à l'intérieur d'une enceinte entourée d'eau. Toute différence entre les deux, décelée à l'aide de couples thermoélectriques connectés aux bornes d'un galvanomètre est aussitôt corrigée par un dégagement de chaleur correspondant au sein de l'eau. Placée dans un milieu à sa température, la nacelle n'échange aucune énergie thermique avec l'extérieur. Un thermomètre indique

---

([1]) Cf. Sanielevici, *Journal de Chimie Phys.*, 33, 1936, p. 759.

la température commune θ. Si M est la masse calorifique de la nacelle et Q la quantité de chaleur dégagée, on a $Q = M.\Delta\theta$. On est ramené à la simple mesure d'une température.

Le dégagement de chaleur compensateur est provoqué automatiquement par le spot du galvanomètre qui vient tomber sur une cellule photoélectrique. Les pertes thermiques sont diminuées en faisant le vide dans l'enceinte. La nacelle doit être légère, facile à ouvrir et étanche au vide extérieur. La figure montre la forme imaginée pour répondre à ces conditions difficilement conciliables. Une résistance électrique y permet un dégagement de chaleur par effet Joule pour la mesure de sa capacité calorifique. La température est mesurée avec un thermomètre à mercure au 1/1000 de degré près.

Un fonctionnement correct de l'appareil nécessite la réalisation d'un calorimètre à deux étages. Le premier bain est entouré d'un second maintenu à sa température, au 1/100 de degré près, à l'aide d'un thermorégulateur différentiel à tension de vapeur de chlorure d'éthyle.

Afin de contrôler la marche des expériences, le thermomètre est photographié toutes les heures. Enfin, la stabilité d'un galvanomètre très sensible étant insuffisante, un dispositif automatique règle toutes les heures la position de la cellule photoélectrique.

A vide, la température de l'appareil est stable à 1/1000 de degré près pendant plusieurs jours. La capacité calorifique mesurée concorde à 1 % près avec la valeur calculée.

Mesurée en lumière verte obtenue en filtrant le flux d'une lampe à incandescence avec un écran Wratten Kodak n° 62, le rendement de la photosynthèse d'une suspension de *Chlorella pyrenoidosa* a été trouvé de 30 %. Cette valeur doit être considérée comme un minimum, Warburg et surtout Emerson et Lewis (²) ayant montré que le rendement variait beaucoup avec les conditions de culture des algues. L'étude de l'influence de ce facteur est en cours, mais le résultat obtenu montre dès maintenant que, pour une cause qui reste à préciser, le chiffre de 5 % trouvé par Manning (³) et ses collaborateurs est manifestement beaucoup trop faible.

La séance est levée à 16ʰ.

A. Lx.

(²) *Am. J. Bot.*, 26, 1939, p. 808.

(³) *J. Am. Chem. Soc.*, 60, 1938, p. 266; voir aussi Magee, de Witt, *J. Am. Chem. Soc.*, 61, 1939, p. 359.